



# Etude expérimentale du régime magnétostrophique avec DTS (Derviche Tourneur Sodium)

Nadège Gagnière

## ► To cite this version:

Nadège Gagnière. Etude expérimentale du régime magnétostrophique avec DTS (Derviche Tourneur Sodium). Sciences de la Terre. Université Joseph-Fourier - Grenoble I, 2009. Français. NNT : . tel-00377661

**HAL Id: tel-00377661**

**<https://theses.hal.science/tel-00377661>**

Submitted on 22 Apr 2009

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

OBSERVATOIRE DES SCIENCES DE L'UNIVERS DE GRENOBLE  
LABORATOIRE DE GÉOPHYSIQUE INTERNE ET TECTONOPHYSIQUE

# Thèse

présentée par

**Nadège GAGNIERE**

pour obtenir le titre de

**Docteur de l'Université Joseph Fourier - Grenoble I**

Ecole doctorale Terre, Univers, Environnement

## Etude expérimentale du régime magnétostrophique avec DTS (Derviche Tourneur Sodium)

Date de soutenance : 27 janvier 2009

Composition du jury :

Joël SOMMERIA	Université Joseph Fourier (Grenoble)	Président du jury
Jean-François PINTON	Ecole Normale Supérieure de Lyon	Rapporteur
Emmanuel DORMY	Ecole Normale Supérieure de Paris	Rapporteur
Rainer HOLLERBACH	University of Leeds (Angleterre)	Examineur
Jonathan FERREIRA	Université Joseph Fourier (Grenoble)	Examineur
Henri-Claude NATAF	Université Joseph Fourier (Grenoble)	Directeur de thèse



# Résumé

L'expérience DTS (Derviche Tourneur Sodium) permet d'étudier le régime magnétostrophique attendu dans les noyaux planétaires, où les forces de Coriolis et de Lorentz sont en équilibre. Elle consiste en la rotation différentielle de deux sphères concentriques dont l'espace inter-sphère contient du sodium liquide. De plus, un champ magnétique dipolaire est imposé avec une graine aimantée. Cet écoulement magnétohydrodynamique de Couette sphérique est analysé grâce à des mesures de vitesse (Doppler ultrasonore), de potentiel électrique et de champ magnétique induit.

Les profils de vitesse angulaire mettent en évidence différentes régions dans le fluide : une zone de super-rotation près de la graine, un plateau, et une décroissance lente à la sphère externe. Ceci est bien expliqué par un modèle basé sur l'état de Taylor modifié où la turbulence dans les couches d'Ekman est prise en compte. Quant à la turbulence dans le volume, elle est faible, et les fluctuations observées sont associées à des ondes.

La dispersion des mesures pour un forçage donné pourrait être due à des variations de couplage électrique entre le sodium liquide et la graine en cuivre. L'utilisation de la différence de potentiels électriques, comme équivalent de la vitesse du fluide, amène la découverte d'un régime particulier quand les sphères sont contra-rotatives. Les fortes amplitudes du champ magnétique induit nous laissent penser que cette situation pourrait être favorable à l'obtention d'un effet dynamo.

Les récentes expériences ont montré un bon couplage électrique, et des mesures innovantes de champ induit, tout le long d'un méridien et à l'intérieur de la sphère, apportent de nouvelles contraintes.

**Mots clés :** magnétohydrodynamique, écoulement de Couette sphérique, régime magnétostrophique, état de Taylor, expérience sodium, géodynamo.



# Abstract

The DTS (Derviche Tourneur Sodium) experiment has been constructed in order to explore the magnetostrophic regime expected for planetary cores, in which the Coriolis and Lorentz forces are in balance. Two concentric spheres are differentially rotating, and the spherical shell is filled with liquid sodium. A dipolar magnetic field is imposed thanks to permanent magnets inside the inner sphere. This magnetohydrodynamical spherical Couette flow is studied with different measurements : velocity (Doppler), electric potential and induced magnetic field.

Angular velocity profiles reveal different regions in the spherical shell : super-rotation is present near the inner sphere, then the angular velocity is nearly constant and decreases towards the outer sphere. The similar shape of angular velocity profiles in the geostrophic region is explained with a model based on a modified Taylor's state, in which the turbulent friction in Ekman layers is considered. In the volume, the level of turbulence is low, and the observed fluctuations are attributed to waves. The scattering for a given forcing could be due to variations in the electric coupling between liquid sodium and the copper inner sphere. Using the electric potential difference as a proxy of the flow velocity, we identify a particular regime from the induced magnetic field measurements. Large amplitudes are obtained for counter-rotating spheres. We suggest that dynamo action might be favored in such a situation.

Recent experiments with a good electric coupling yield stable and impressive measurements. Moreover, new induced magnetic field measurements along a meridian and inside the spherical shell give us new constraints.

**Key words :** magnetohydrodynamic, spherical Couette flow, magnetostrophic regime, Taylor's state, sodium experiment, geodynamo.



# Remerciements

*A l'image de cette thèse concise, et en accord avec mon caractère peu bavard, vous imaginez bien que les remerciements seront également succincts.*

Mes premiers remerciements vont à l'ensemble de l'équipe Géodynamo pour son dynamisme et la disponibilité de chacun de ses membres. La bonne humeur et l'entraide dans cette équipe sont un réel moteur et sont sources d'efficacité dans le travail.

Je tiens à remercier tout particulièrement Henri-Claude NATAF, mon directeur de thèse, qui a toujours été disponible et présent dans les bons comme dans les moments parfois plus difficiles à gérer au cours d'une thèse. Tu m'as toujours soutenue lors de mes nombreux doutes et tu as réussi à me comprendre, à savoir quand ça n'allait pas, même si bien souvent je ne l'exprimais pas clairement. Alors tu as toujours su trouver les mots pour me remonter le moral, et je suis toujours ressortie de ton bureau l'esprit plus positif et les idées beaucoup plus claires.

Un grand merci également à tous les étudiants du LGIT pour l'ambiance très agréable et les sorties effectuées avec certains d'entre vous. Et tout spécialement merci à mes co-bureaux de la salle Oon (pendant 2 ans) où les rigolades et les « réunions gâteaux » furent nombreuses.

Et un immense merci à Steph et Aloé, mes co-bureaux durant cette dernière année de thèse, qui ont énormément compté pour moi et ont supporté mes « coups de moins bien » pendant la rédaction du manuscrit et la préparation à la soutenance. Vous m'avez toujours soutenue et les pauses distrayantes étaient les bienvenues. Qu'elles soient vitaminées (avec les mandarines) ou accompagnées de chocolat, celles-ci me faisaient le plus grand bien pendant cette période de travail intense et de stress. J'aurais aimé être là jusqu'à la fin de votre thèse, mais je suis persuadée que vous vous en sortirez très bien sans moi.

Je remercie la région Rhône-Alpes pour avoir financé ce travail dans le cadre du programme Emergence « Expérimentation autour de la dynamo ». Merci aussi au laboratoire de m'avoir permis de prolonger de quelques mois la durée normale d'une thèse afin de pouvoir finir dans de bonnes conditions.



Enfin, je souhaite remercier ma famille et mes amis. Merci à Gaëlle, pour son soutien sans failles depuis toutes ces années d'amitié, qui m'a aidée (entre autres) à surmonter l'épreuve difficile lorsque j'ai appris les graves problèmes de santé de ma sœur Flo (qui va beaucoup mieux maintenant).

Merci à Céline pour les sorties escalade/rando et les bonnes bouffes, certes beaucoup moins nombreuses ces derniers temps, mais il va falloir qu'on se rattrape...

Merci à Bertrand qui a toujours réussi à réunir notre petit groupe de Licence/M1 de Physique : Claire, Yoann, Elodie, Greg et Dom.

Pour finir, afin de n'oublier personne, je remercie tous ceux qui ont contribué, de près ou de loin, à l'aboutissement et à la réussite de cette thèse.

*Et merci à nos précieuses montagnes où le pouvoir d'évasion est illimité et toujours bénéfique tant pour la santé du corps que de l'esprit...*

# Table des matières

Résumé	3
Abstract	5
Remerciements	7
Table des matières	9
Table des figures	13
Liste des tableaux	17
<b>1 Introduction</b>	<b>19</b>
1.1 Contexte géophysique . . . . .	19
1.1.1 Un peu d'histoire et structure interne de la Terre . . . . .	19
1.1.2 Champ magnétique d'origine interne : effet dynamo dans le noyau fluide . . . . .	20
1.1.3 Champ magnétique d'origine externe : activité solaire . . . . .	22
1.2 Contexte expérimental . . . . .	22
1.2.1 Expériences de première génération : Riga et Karlsruhe . . . . .	23
1.2.2 Expériences de seconde génération . . . . .	25
1.3 Plan du manuscrit . . . . .	31
<b>2 Description de l'expérience DTS</b>	<b>33</b>
2.1 Objectifs de DTS . . . . .	33
2.1.1 Configuration « terrestre » . . . . .	33
2.1.2 Régime magnétostrophique . . . . .	33
2.2 Dispositif expérimental . . . . .	34
2.3 Techniques de mesures . . . . .	36
2.3.1 Vélométrie Doppler ultrasonore . . . . .	36
2.3.2 Potentiels électriques . . . . .	37
2.3.3 Champ magnétique induit . . . . .	39
2.4 Equations de la MHD . . . . .	41
2.4.1 Théorème de Proudman-Taylor . . . . .	41
2.4.2 Loi de Ferraro . . . . .	42
2.4.3 Nombres adimensionnels . . . . .	42

<b>3</b>	<b>Rotation globale</b>	<b>47</b>
3.1	Introduction . . . . .	47
3.1.1	Ecoulement hydrodynamique de Couette sphérique . . . . .	47
3.1.2	Ecoulement magnétohydrodynamique de Couette sphérique . . . . .	49
3.2	Résultats expérimentaux . . . . .	53
3.2.1	Evolution avec la fréquence de rotation différentielle . . . . .	53
3.2.2	Equivalent de la vitesse du fluide : $\Delta V_{40}$ . . . . .	56
3.2.3	Mise en évidence d'un régime particulier . . . . .	58
3.2.4	Profil de vitesse angulaire . . . . .	62
3.3	Modèle basé sur l'état de Taylor modifié . . . . .	64
3.3.1	Configuration du modèle . . . . .	65
3.3.2	Couple magnétique . . . . .	65
3.3.3	Couple visqueux dans les couches d'Ekman . . . . .	68
3.3.4	Différents régimes d'écoulement . . . . .	69
3.4	Résultats et comparaison avec DTS . . . . .	71
3.4.1	Profil de vitesse angulaire . . . . .	71
3.4.2	Différence de potentiels électriques . . . . .	73
3.4.3	Puissance dissipée . . . . .	75
3.4.4	Champ magnétique induit toroïdal . . . . .	77
3.5	Conclusion . . . . .	81
<b>4</b>	<b>Sphère externe au repos</b>	<b>83</b>
4.1	Introduction . . . . .	83
4.2	Profil de vitesse angulaire . . . . .	84
4.2.1	Evolution avec la fréquence de rotation de la graine . . . . .	84
4.2.2	Comparaison avec le cas $f \neq 0$ . . . . .	85
4.2.3	Comparaison avec DTO . . . . .	86
4.3	Champ magnétique induit à l'extérieur de la sphère . . . . .	87
4.3.1	Rappel sur les mesures effectuées . . . . .	87
4.3.2	Correction de l'effet de la température . . . . .	88
4.3.3	Evolution avec la fréquence de rotation de la graine . . . . .	90
4.3.4	Evolution avec la latitude . . . . .	93
4.4	Champ magnétique induit toroïdal à l'intérieur de la sphère . . . . .	94
4.5	Fluctuations . . . . .	94
4.5.1	Densité spectrale de puissance . . . . .	97
4.5.2	Corrélation après un filtrage en fréquences . . . . .	97
4.6	Conclusion . . . . .	103
<b>5</b>	<b>Conclusion générale et perspectives</b>	<b>105</b>
5.1	Ecoulement moyen axisymétrique . . . . .	105
5.1.1	Différentes régions à l'intérieur de la coquille sphérique . . . . .	105
5.1.2	Modèle basé sur l'état de Taylor modifié . . . . .	105
5.2	Fluctuations . . . . .	106
5.3	Implications géophysiques . . . . .	106
5.3.1	Turbulence . . . . .	106

5.3.2	Etat de Taylor modifié . . . . .	106
5.3.3	Dynamos expérimentales . . . . .	107
<b>A</b>	<b>Expérience DTO</b>	<b>109</b>
A.1	Dispositif expérimental . . . . .	109
A.2	Mesures de vitesses « azimutales » . . . . .	110
A.2.1	Profil moyen . . . . .	111
A.2.2	Origine des fluctuations . . . . .	111
<b>B</b>	<b>Tir « azimutal » Doppler dans DTO</b>	<b>115</b>
B.1	Décomposition de la vitesse mesurée en parties azimutale et radiale .	115
B.2	Obtention des vitesses azimutale et radiale . . . . .	116
B.2.1	Expressions de $\cos \gamma$ et $\sin \gamma$ . . . . .	116
B.2.2	Expression du rayon cylindrique $r$ . . . . .	117
B.3	Approximation . . . . .	117
	<b>Bibliographie</b>	<b>119</b>



# Table des figures

1.1	Structure interne de la Terre. . . . .	20
1.2	Echelle magnétostratigraphique des inversions de polarité du champ magnétique de la Terre au cours de l'histoire. . . . .	21
1.3	Magnétosphère autour de la Terre. . . . .	22
1.4	Dispositif expérimental de Riga. . . . .	24
1.5	Dispositif expérimental de Karlsruhe. . . . .	25
1.6	Ecoulement moyen de Von Kármán. . . . .	27
1.7	Dispositif expérimental de VKS. . . . .	27
1.8	Evolution temporelle du champ magnétique dans l'expérience VKS. . . . .	28
1.9	Dispositif expérimental de Madison. . . . .	28
1.10	Dispositif expérimental de Maryland. . . . .	30
2.1	Photo du dispositif expérimental de DTS. . . . .	34
2.2	Schéma des sphères de l'expérience DTS avec la localisation des différentes sondes de mesure. . . . .	35
2.3	Schéma de l'expérience DTS avec les principales notations. . . . .	35
2.4	Trajectoires des rais ultrasonores pour les mesures de vitesses radiales et azimutales dans l'expérience DTS. . . . .	38
2.5	Photo des nappes de capteurs magnétiques à la surface de la sphère le long d'un méridien et d'un parallèle. . . . .	40
3.1	Evolution de la vitesse angulaire en fonction du rayon cylindrique $s$ dans un écoulement de Couette sphérique pour différents nombres d'Ekman $E$ [Dormy, 1997]. . . . .	48
3.2	Ecoulement et champ magnétique induit pour $E = 10^{-5}$ et différents nombres d'Elsasser $\Lambda$ [Dormy et al., 1998]. . . . .	50
3.3	Coupe équatoriale de la vitesse angulaire pour $E = 10^{-5}$ et différents nombres d'Elsasser $\Lambda$ [Dormy et al., 1998]. . . . .	51
3.4	Evolution de l'écoulement avec les effets inertiels [Hollerbach et al., 2007]. . . . .	51
3.5	Modèle numérique axisymétrique non linéaire avec la configuration et les paramètres de DTS (calculs D. Jault). . . . .	52
3.6	Evolution avec $\Delta f$ de $b_r$ à $50^\circ$ de latitude Nord, pour $f = 4.5$ Hz. . . . .	54
3.7	Evolution avec $\Delta f$ de la fréquence angulaire du fluide déduite des mesures de différence de potentiels électriques $\Delta V_{40}$ , pour $f = 4.5$ Hz. . . . .	55

3.8	Profils de vitesse le long du rai ultrasonore « azimuthal » pour $f = 4.5$ Hz et différents $\Delta f$ . . . . .	56
3.9	Profils synthétiques de vitesse le long du rai ultrasonore « azimuthal » pour différents rapports de conductivité entre la graine et le sodium (calculs D. Jault). . . . .	57
3.10	Vitesse mesurée le long du rai ultrasonore à une distance $d = 8.5$ cm en fonction de $\Delta f$ et de $\Delta V_{40}$ , pour $f = 4.5$ Hz. . . . .	57
3.11	Evolution avec $\Delta V_{40}$ de $b_r$ et $b_\theta$ à $50^\circ$ de latitude Nord, pour $f = 4.5$ Hz, $f = 9$ Hz et $f = 13.5$ Hz. . . . .	59
3.12	Evolutions temporelles de $\Delta f$ , de la vitesse radiale à $-20^\circ$ de latitude et de $b_\theta$ à $50^\circ$ de latitude, pour $f = -4.5$ Hz. . . . .	61
3.13	Profils de vitesse radiale pour $f = -4.5$ Hz et différents $\Delta f$ . . . . .	62
3.14	Evolution de l'écoulement pour différents nombres de Rossby $Ro$ négatifs (calculs P. Cardin). . . . .	63
3.15	Profils de vitesse angulaire normalisés par $\Delta V_{40}$ pour $f = 4.5$ Hz et différents $\Delta f$ . Comparaison avec le modèle numérique complet (calculs D. Jault). . . . .	64
3.16	Configuration du modèle basé sur l'état de Taylor modifié. . . . .	66
3.17	Régimes laminaire et turbulent : évolution du nombre de Reynolds local $Re$ avec le rayon cylindrique $s$ pour $f = 5$ Hz et différents $\Delta f$ . . . . .	70
3.18	Evolution, avec le nombre de Reynolds local $Re$ , de l'angle $\alpha$ entre la direction de frottement à la sphère externe et la direction azimuthale. . . . .	72
3.19	Evolution de la vitesse angulaire du fluide $\Delta\omega$ avec le rayon cylindrique $s$ pour $f = 5$ Hz et différents $\Delta f$ . . . . .	73
3.20	Profils de vitesse angulaire normalisés par $\Delta V_{40}$ pour $f = 4.5$ Hz et différents $\Delta f$ . Comparaison avec le modèle numérique complet (calculs D. Jault) et le modèle basé sur l'état de Taylor modifié. . . . .	74
3.21	Evolution avec $\Delta f$ de la vitesse angulaire en $s = 0.766$ (latitude $40^\circ$ ), pour $f = 5$ Hz et trois valeurs de $\gamma$ . Comparaison avec les vitesses angulaires déduites des mesures de $\Delta V_{40}$ . . . . .	75
3.22	Evolution avec $\Delta f$ de la puissance dissipée, pour $f = 5$ Hz et trois valeurs de $\gamma$ . Comparaison avec les mesures expérimentales. . . . .	76
3.23	Evolution avec $\Delta f$ de la puissance dissipée, pour $f = 5$ Hz et trois valeurs de $\gamma$ (coordonnées logarithmiques). . . . .	77
3.24	Contours de champ magnétique induit toroïdal $b_\varphi$ pour $f = 5$ Hz et $\Delta f = 0.4$ Hz (calculs D. Jault). . . . .	78
3.25	Contours de $b_\varphi$ pour $f = 5$ Hz, $\Delta f = 0.5$ Hz et $\Delta f = 20$ Hz. . . . .	79
3.26	Evolution avec $\Delta f$ du maximum de $b_\varphi$ . . . . .	80
4.1	Evolution avec $\Delta f$ de la fréquence angulaire du fluide déduite des mesures de $\Delta V_{40}$ , et de la puissance dissipée, pour $f = 0$ . . . . .	84
4.2	Profils de vitesse le long du rai ultrasonore « azimuthal » pour $f = 0$ et différents $\Delta f$ . . . . .	85
4.3	Profils de vitesse angulaire adimensionnée par $\Delta f$ , pour $f = 0$ et différents $\Delta f$ . . . . .	86

4.4	Profil radial (selon le rayon cylindrique $s$ ) de la vitesse angulaire adimensionnée par $\Delta f$ pour DTS et son analogue DTO en eau et sans champ magnétique. . . . .	87
4.5	Evolutions temporelles de $\Delta f$ et de la température sur les 4 nappes situées selon un méridien. . . . .	88
4.6	Mesures radiales du champ magnétique à $14.6^\circ$ de latitude Nord : brutes, filtrées sur 3 secondes, puis corrigées de l'effet de la température. . . . .	89
4.7	Evolution avec $\Delta V_{40}$ de $b_r$ et $b_\theta$ à $50^\circ$ de latitude Nord. . . . .	91
4.8	Evolution avec $\Delta f$ de $b_r$ pour différentes latitudes de mesure. . . . .	92
4.9	Evolution avec la latitude de $b_r$ et $b_\theta$ pour différents $\Delta f$ . Comparaison avec des résultats numériques (calculs P. Cardin). . . . .	95
4.10	Evolution avec $\Delta f$ de $b_\varphi$ pour différentes positions radiales à $-20^\circ$ de latitude. . . . .	96
4.11	Densité spectrale de puissance des mesures radiales du champ magnétique à $14.6^\circ$ de latitude Nord pour différents $\Delta f$ . . . . .	98
4.12	Idem Fig. 4.11, mais avec les courbes décalées d'une décade à chaque fois pour plus de lisibilité. . . . .	98
4.13	Densité spectrale de puissance des mesures radiales du champ magnétique pour différentes latitudes de mesure et $\Delta f = 15$ Hz. . . . .	99
4.14	Corrélation entre des capteurs symétriques par rapport à l'équateur sur les mesures radiales du champ magnétique, pour $\Delta f = 15$ Hz. . . . .	101
4.15	Corrélation, pour un mode sélectionné $m = 2$ , entre un capteur donné (position 5) et l'ensemble des autres du méridien. . . . .	102
4.16	Idem Fig. 4.15 avec un autre mode sélectionné $m = 1$ . . . . .	102
A.1	Trajectoires des rais ultrasonores radiaux et azimutaux dans DTO. . . . .	110
A.2	Evolution de la vitesse « azimutale » pour $\Delta f = 0.21$ Hz ( $Re = 7200$ ) : comparaison des résultats expérimentaux et numériques. . . . .	112
A.3	Profil moyens de vitesses « azimutales » pour différentes valeurs de $Re$ : comparaison des résultats expérimentaux et numériques. . . . .	113
A.4	Coupe horizontale dans le plan où s'effectuent les mesures de vitesses « azimutales » composées des projections des vitesses azimutale et radiale. . . . .	113
A.5	Décomposition de la vitesse mesurée le long du rai ultrasonore « azimutal » en parties azimutale et radiale. . . . .	114
B.1	Coupe horizontale dans le plan où s'effectuent les mesures de vitesses « azimutales » composées des projections des vitesses azimutale et radiale. . . . .	116





# Liste des tableaux

2.1	Propriétés physiques du sodium liquide à 130 °C. . . . .	36
2.2	Valeurs typiques des nombres adimensionnels dans l'expérience DTS. . . . .	45
3.1	Amplitude et localisation du maximum de $b_\varphi$ pour différents $\Delta f$ . . . . .	80
4.1	Coefficients de dépendance linéaire du champ magnétique avec la température pour chacun des capteurs de mesures radiales le long d'un méridien. . . . .	90
4.2	Correspondance entre les positions indiquées sur les figures Fig. 4.15 et Fig. 4.16 et les latitudes des capteurs le long d'un méridien. . . . .	100



# Chapitre 1

## Introduction

### 1.1 Contexte géophysique

La plupart des objets astrophysiques, comme les planètes ou les étoiles, possèdent un champ magnétique. Nous nous intéresserons principalement ici à la planète Terre, dont le champ magnétique est observé depuis de nombreuses années afin d'expliquer son origine et de décrire ses variations spatiales et temporelles. Des premiers observatoires permanents datant du XVII<sup>ème</sup> siècle jusqu'aux satellites d'aujourd'hui (Magsat en 1980, Oersted et Champ depuis 2000), les mesures du champ magnétique terrestre sont de plus en plus précises.

#### 1.1.1 Un peu d'histoire et structure interne de la Terre

La présence d'un champ magnétique sur Terre a été découvert il y a plus de 1000 ans par les Chinois qui observèrent l'orientation d'une aiguille aimantée vers le pôle Nord : ils avaient inventé la boussole. Depuis, de nombreuses hypothèses ont été avancées afin d'expliquer l'origine de ce champ magnétique terrestre. Dans le célèbre traité *De Magnete* (1600), William Gilbert écrit : « *Magnus magnet ipse est globus terrestris* » (« La Terre est comme un aimant géant »). Mais bien que le champ magnétique observé à la surface de la Terre possède les apparences de la présence d'un aimant en son centre, la température y est beaucoup trop élevée pour qu'un corps puisse conserver une aimantation permanente. En effet, lorsque la température est supérieure à une certaine limite appelée température de Curie, tout corps perd ses propriétés ferromagnétiques. Cependant en 1835, Gauss a montré que le champ magnétique terrestre est essentiellement d'origine interne, et que celui-ci possède une structure dipolaire prépondérante dont l'axe fait un angle de 11.5° avec l'axe de rotation de la Terre.

Avant d'aller plus loin sur les processus à l'origine de ce champ magnétique, décrivons la structure interne de la Terre (voir Fig. 1.1). Depuis le début du XX<sup>ème</sup> siècle, les observations sismologiques ont permis de mettre en évidence différentes enveloppes concentriques. Ces conclusions sont basées sur le fait que la propagation des ondes sismiques dépend des caractéristiques du milieu et que les diverses ré-

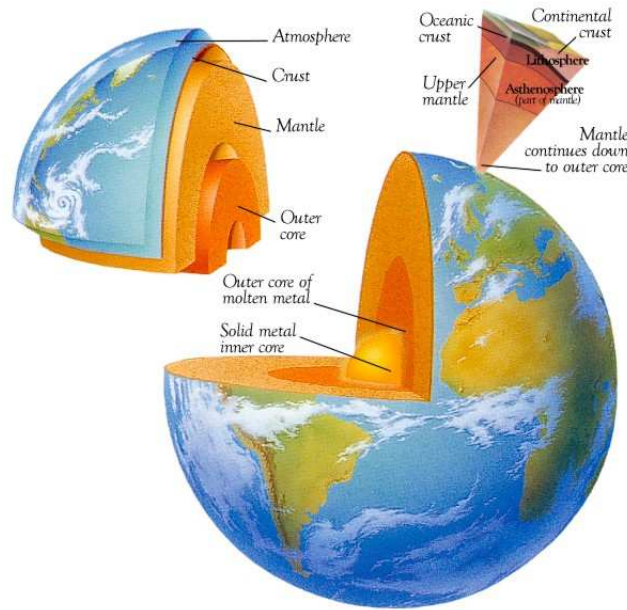


FIG. 1.1 - *Structure interne de la Terre.*

flexions sont les signatures de discontinuités. Ainsi la Terre, d'un rayon de 6370 km, est constituée d'une graine solide d'un rayon de 1220 km en son centre, d'un noyau fluide jusqu'à un rayon de 3480 km où se situe la base du manteau, et enfin la croûte, à la surface de laquelle nous vivons. La graine est composée de fer solide, le noyau fluide de fer liquide principalement et de nickel qui sont de très bons conducteurs électriques, et le manteau de roches silicatées ayant une très faible conductivité électrique.

### 1.1.2 Champ magnétique d'origine interne : effet dynamo dans le noyau fluide

Aux échelles de temps géologiques, les données paléomagnétiques permettent d'obtenir l'évolution du champ magnétique terrestre grâce à l'étude de l'aimantation des couches sédimentaires ou des fonds océaniques. En effet, au niveau des dorsales océaniques, de nouvelles roches se forment à chaque remontée de magma, et celles-ci acquièrent une aimantation parallèle au champ magnétique existant lors de leur refroidissement en dessous de la température de Curie. Ces enregistrements mettent en évidence des inversions du champ magnétique (voir Fig. 1.2) et attestent de sa présence depuis plus de 3 milliards d'années [Tarduno et al., 2007]. Or le temps de diffusion magnétique dans le noyau étant d'environ 10000 ans, il doit exister un mécanisme permettant au champ magnétique d'être auto-entretenu. On s'intéresse ici au noyau fluide qui est conducteur d'électricité, car le manteau est isolant (ou très faiblement conducteur) et ne permet donc pas la génération d'un champ magnétique. Le mécanisme supposé être à l'œuvre dans le noyau fluide est l'effet dynamo dont le principe est le suivant : les mouvements d'un fluide conducteur électrique dans un champ magnétique induisent des courants électriques qui génèrent à leur tour un

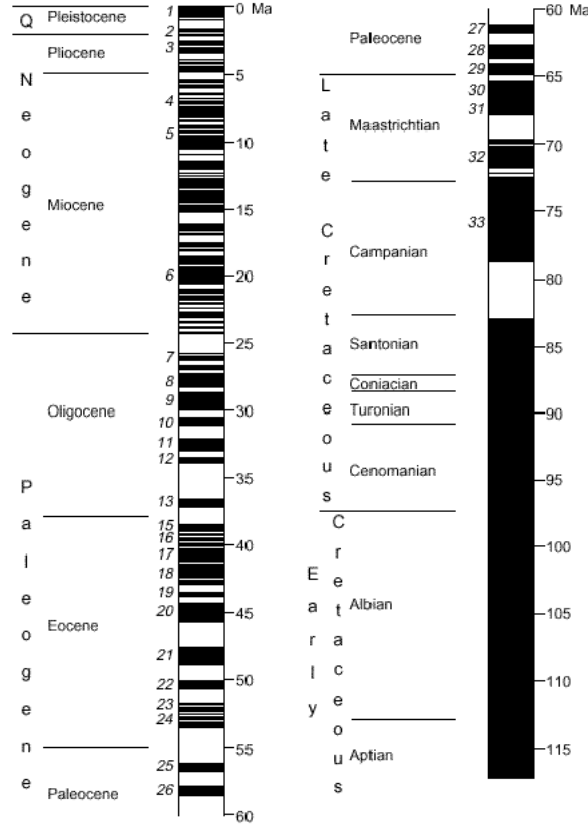


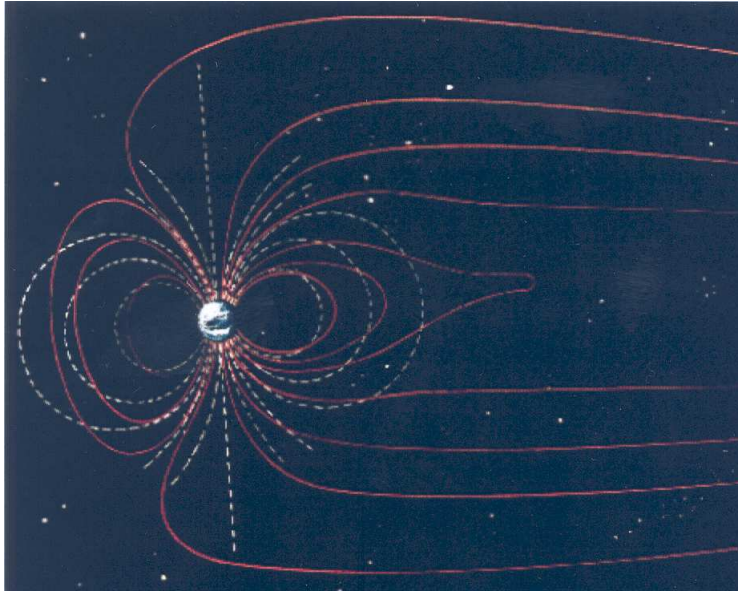
FIG. 1.2 - Echelle magnétostratigraphique des inversions de polarité du champ magnétique de la Terre au cours de l'histoire.

champ magnétique. Pour que celui-ci soit auto-entretenu, il faut que son induction soit supérieure à sa diffusion. Pour quantifier l'importance relative de ces deux effets, on définit le nombre de Reynolds magnétique  $R_m$  :

$$R_m = \frac{UL}{\eta}, \quad (1.1)$$

où  $U$  et  $L$  sont, respectivement, une vitesse et une longueur caractéristiques, et  $\eta$  est la diffusivité magnétique. Avec une vitesse  $U = 10^{-4} \text{ m.s}^{-1}$ , une longueur  $L = 3480 \text{ km}$  (rayon du noyau fluide) et une diffusivité magnétique  $\eta = 1 \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$  (d'après les propriétés électriques du fer), on peut estimer pour la Terre :  $R_m \sim 300$ . Donc les effets d'induction sont supérieurs à la diffusion, ce qui justifie la possibilité d'avoir un effet dynamo pour auto-entretenir le champ magnétique.

Mais quels sont les processus à l'origine des mouvements du noyau fluide ? Le refroidissement de la Terre entraîne la cristallisation de la graine qui s'accompagne de la libération d'éléments légers dans le noyau fluide, mais également d'énergie thermique (chaleur latente). Ces deux phénomènes, compositionnels et thermiques, créent alors des mouvements de convection dans le noyau fluide, moteurs indispensables de l'effet dynamo.



**FIG. 1.3** - *Magnétosphère autour de la Terre : les lignes de champ magnétique du dipôle (initialement non déformées en pointillés) sont confinées par le vent solaire (le Soleil serait à gauche de l'image). La magnétosphère protège la Terre de ces particules ionisantes.*

### 1.1.3 Champ magnétique d'origine externe : activité solaire

On a évoqué jusqu'ici l'origine interne du champ magnétique terrestre, et principalement la contribution dipolaire qui est prépondérante. Cependant, une faible partie a une origine externe liée à l'activité solaire. Sous l'effet du chauffage par le rayonnement solaire, l'ionosphère (partie de la haute atmosphère comprise entre 60 km et 800 km d'altitude) est ionisée, ce qui conduit à des courants électriques engendrant un champ magnétique d'une amplitude de quelques dizaines de nT. Cette grandeur doit être comparée au champ géomagnétique total mesuré à la surface de la Terre qui est de l'ordre de  $30 \mu\text{T}$  à l'équateur et de  $60 \mu\text{T}$  aux pôles. D'autre part, le vent solaire, c'est-à-dire le flux de particules chargées continuellement émis par le Soleil, entre en interaction avec le champ magnétique terrestre. Ce vent confine les lignes de champ magnétique (du côté du Soleil) et les particules sont déviées le long de celles-ci. L'enveloppe ainsi formée autour de la Terre est appelée magnétosphère et agit comme un bouclier géant contre ces particules du vent solaire (voir Fig. 1.3). Cependant, les particules les plus énergétiques pénètrent cette enveloppe et peuvent créer des variations brutales du champ de l'ordre de  $1 \mu\text{T}$ . Ce phénomène est notamment présent près des pôles (où les lignes de champ magnétique convergent) et donne lieu à une manifestation bien connue : les aurores boréales et australes.

## 1.2 Contexte expérimental

L'effet dynamo fluide a été suggéré par [Larmor \[1919\]](#) pour expliquer l'origine du champ magnétique du Soleil. Puis cette idée a été adoptée pour les champs magnétiques planétaires. Mais ce n'est que très récemment que ce phénomène a été

mis en évidence expérimentalement : tout d’abord en 1999 avec deux types d’écoulement très spécifiques (expériences de première génération de Riga et Karlsruhe), puis en 2006 avec un écoulement beaucoup moins contraint (expérience de seconde génération : VKS) et ainsi plus proche des conditions naturelles.

### 1.2.1 Expériences de première génération : Riga et Karlsruhe

Les expériences de Riga en Lettonie et de Karlsruhe en Allemagne ont été réalisées dans des configurations particulières, dites de dynamos quasi-cinématiques. Le champ de vitesse  $y$  est imposé et il n’existe pas de rétroaction des forces de Lorentz sur la géométrie de l’écoulement (si purement cinématique).

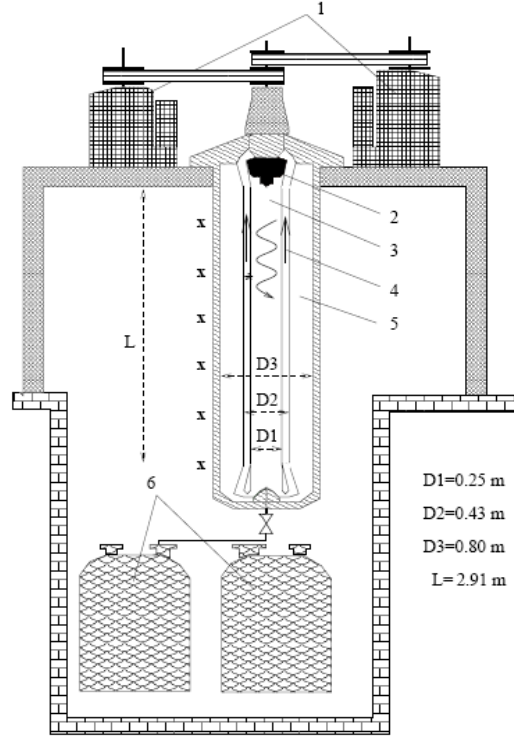
#### Expérience de Riga

L’expérience de Riga [Gailitis et al., 2000] reproduit un écoulement de type [Ponomarenko \[1973\]](#), c’est-à-dire un écoulement hélicoïdal infiniment long (en théorie) en contact électrique parfait avec le fluide environnant à l’arrêt. Cette expérience est composée de trois cylindres concentriques d’une hauteur d’environ 3 m (voir Fig. 1.4). Le sodium liquide contenu dans le cylindre central est mis en mouvement grâce à une hélice entraînée par deux moteurs. L’écoulement hélicoïdal généré est composé de mouvements de rotation et de translation suivant l’axe, et peut atteindre une vitesse de l’ordre de  $15 \text{ m.s}^{-1}$ . Ensuite le fluide recircule dans le cylindre adjacent. Le dernier cylindre contient du sodium au repos, ce qui permet d’abaisser le seuil de l’instabilité dynamo [Gailitis and Freibergs, 1976]. Le champ magnétique est mesuré grâce à des sondes à effet Hall. Celles-ci ont permis d’observer sa croissance dès que la vitesse de rotation de l’hélice a atteint la valeur critique (seuil de l’instabilité dynamo). Le champ magnétique tourne autour de l’axe vertical avec une fréquence de 1 à 2 Hz, ce qui conduit à un comportement oscillant du champ mesuré en un point fixe. Le seuil de ce régime cinématique avait été bien prédit par la théorie malgré la turbulence présente dans l’expérience. Un régime de saturation, c’est-à-dire l’arrêt de la croissance du champ magnétique, est ensuite atteint. Ceci montre la rétroaction des forces de Lorentz sur l’écoulement moyen [Gailitis et al., 2001].

#### Expérience de Karlsruhe

L’expérience de Karlsruhe [Müller and Stieglitz, 2000, Stieglitz and Müller, 2001] est inspirée de l’écoulement périodique de [Roberts \[1972\]](#), c’est-à-dire un écoulement infini (en théorie) de vortex juxtaposés contra-rotatifs avec des vitesses axiales de signe opposé (voir Fig. 1.5). Roberts a montré analytiquement son efficacité à générer un champ magnétique par effet dynamo. [Busse \[1975\]](#) a ensuite modifié le modèle de Roberts en l’appliquant à un domaine cylindrique de dimension finie, mais en gardant l’organisation de l’écoulement en vortex hélicitaires. D’autre part, il est supposé que la convection dans les noyaux fluides planétaires (et notamment la Terre) s’organise avec une structure en colonnes de vortex de ce type. Donc ce modèle peut être considéré comme une approximation de la dynamo terrestre,





**FIG. 1.4** - *Dispositif expérimental de Riga : (1) 2 moteurs d'une puissance de 55 kW chacun ; (2) hélice ; (3) cylindre interne contenant le sodium liquide animé d'un mouvement hélicoïdal ; (4) coquille externe de recirculation du sodium ; (5) sodium au repos ; (6) réservoirs de stockage du sodium ; (x) positions des sondes à effet Hall [Gailitis et al., 2000].*

même si les parois internes contraignant l'écoulement ne sont pas réalistes de l'interaction libre des vortex dans le noyau fluide et de la rétroaction du champ magnétique sur l'écoulement.

Cette configuration a été proposée pour réaliser l'expérience de Karlsruhe [Busse, 1992]. Elle est constituée d'un réseau de 52 vortex contenus dans une cuve cylindrique. A l'intérieur de chacun de ces vortex, l'écoulement de sodium liquide est axial ; alors que sur la partie externe, celui-ci suit la spirale entraînant un mouvement hélicitaire (voir Fig. 1.5). Les mesures ont révélé la croissance d'un champ magnétique stationnaire perpendiculaire à l'axe des vortex, dès que les valeurs critiques des vitesses axiale et hélicoïdale du sodium liquide ont été atteintes. La valeur de ce seuil avait été à nouveau bien prédite par la théorie.

Pour ces deux expériences, les théories cinématiques respectives avaient prédit le bon seuil d'apparition de la dynamo. Cependant, on peut se demander s'il est possible de faire croître un champ magnétique dans une dynamo moins contrainte hydrodynamiquement que celles de Riga et Karlsruhe. Ceci est l'objet des expériences de seconde génération que nous allons décrire dans le paragraphe suivant.

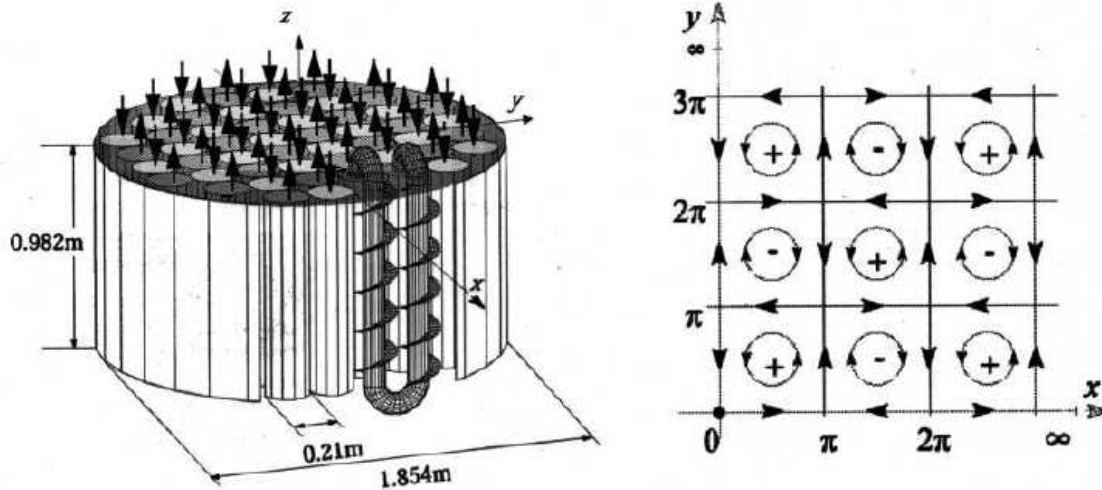


FIG. 1.5 - A gauche : Dispositif expérimental de Karlsruhe constitué d'un ensemble de 52 vortex juxtaposés contra-rotatifs avec des vitesses axiales de signe opposé (ici représentées par des flèches). - A droite : Écoulement périodique de Roberts sur lequel est basée l'expérience de Karlsruhe [Stieglitz and Müller, 2001].

### 1.2.2 Expériences de seconde génération

#### Expérience VKS à Cadarache

L'expérience VKS (Von Kármán Sodium) à Cadarache est basée sur un écoulement de Von Kármán. Celui-ci est produit par la rotation de deux disques en sens opposé dans un cylindre rempli de sodium liquide. Le cylindre en cuivre a un diamètre de 412 mm et une longueur de 524 mm. Les disques, pourvus de pales, peuvent tourner à une fréquence de rotation maximale de 26 Hz grâce aux moteurs d'une puissance de 300 kW. L'écoulement moyen possède les caractéristiques suivantes (voir Fig. 1.6) : le fluide est éjecté radialement avec la force centrifuge au niveau des disques ; ceci entraîne un écoulement axial vers les disques et une recirculation dans le sens opposé sur les bords latéraux du cylindre. Cet écoulement poloïdal s'accompagne d'une circulation toroïdale (dans le sens de rotation des disques). La contra-rotation des disques engendre un fort cisaillement dans le plan médian (plan à mi-distance sur l'axe entre les deux disques). Les fluctuations turbulentes y sont donc importantes.

Plusieurs études numériques ont été effectuées afin d'optimiser l'écoulement et les conditions aux limites pour obtenir l'effet dynamo. La première modification a été de laisser une couche de sodium liquide au repos autour du cylindre en cuivre où est généré l'écoulement. Le volume total de sodium liquide dans cette expérience est alors de 150 litres. Un second changement a été d'ajouter un anneau dans le plan médian, jouant un rôle stabilisateur de la couche de cisaillement en réduisant les fluctuations turbulentes. Il a été montré que chacune de ces modifications permet d'abaisser le seuil d'apparition de la dynamo [Ravelet et al.,

2005, Marié and Daviaud, 2004]. Mais ceci n'était pas suffisant pour observer la génération d'un champ magnétique dans la limite des vitesses pouvant être atteintes expérimentalement. Une dernière modification a donc été apportée en remplaçant les disques en acier inox par des disques en fer pur. L'adaptation des conditions aux limites en ajoutant une paroi de haute perméabilité avait déjà montré son efficacité à abaisser le seuil pour les écoulements de Ponomarenko et Roberts [Avalos-Zuniga et al., 2003]. La prise en compte du sodium présent derrière les disques, dans des simulations numériques de l'écoulement moyen de Von Kármán, conduit à une augmentation du seuil de 12% à 150% suivant que le sodium est considéré comme statique ou non [Stefani et al., 2006]. L'utilisation de disques en fer pur permet alors d'isoler magnétiquement le sodium derrière les disques de l'écoulement principal et a conduit à l'obtention de la dynamo.

Les trois composantes du champ magnétique sont mesurées avec une sonde à effet Hall 3D située dans le plan médian (voir Fig. 1.7). Dans la configuration décrite ci-dessus, ces mesures ont permis de mettre en évidence la génération d'un champ magnétique par effet dynamo lors de l'augmentation de la fréquence de rotation des disques (voir Fig. 1.8 extraite de [Monchaux et al., 2007]). L'amplification la plus importante est sur la composante tangente au cylindre jusqu'à une valeur d'environ 4 mT. Le seuil a été atteint pour une fréquence de rotation des disques d'environ 17 Hz, correspondant à un nombre de Reynolds magnétique de l'ordre de 32. D'autres expériences ont ensuite été menées en imposant des fréquences de rotation des disques différentes l'une de l'autre. Dans ces conditions, le champ magnétique créé par effet dynamo n'est pas stationnaire, mais présente au contraire des inversions ou des excursions au cours du temps [Berhanu et al., 2007]. Ces changements aléatoires de polarité sont très similaires à ceux observés sur le champ magnétique de la Terre.

### Expérience de Madison

L'expérience de Madison [Forest et al., 2002, Nornberg et al., 2006] est constituée d'une sphère en acier inox de 1 m de diamètre, remplie de sodium liquide. Deux hélices de 30.5 cm de diamètre génèrent un écoulement du même type que celui présent dans l'expérience VKS. Deux moteurs d'une puissance de 75 kW chacun peuvent entraîner ces hélices à une fréquence de rotation maximale de 30 Hz. Afin d'étudier la réponse inductive de l'écoulement, des bobines parallèles ou orthogonales à l'axe des hélices permettent d'appliquer un champ magnétique dont l'amplitude maximale est de 10 mT. Des mesures sont alors effectuées avec des sondes à effet Hall placées à la surface de la sphère ; et également à l'intérieur, dans divers tubes positionnés radialement (voir Fig. 1.9), afin d'obtenir le champ magnétique induit toroïdal.

### Expérience de Maryland

Lathrop et ses collaborateurs ont exploré de nombreuses configurations d'écoulement turbulent de sodium liquide, toutes en géométrie sphérique mais avec un

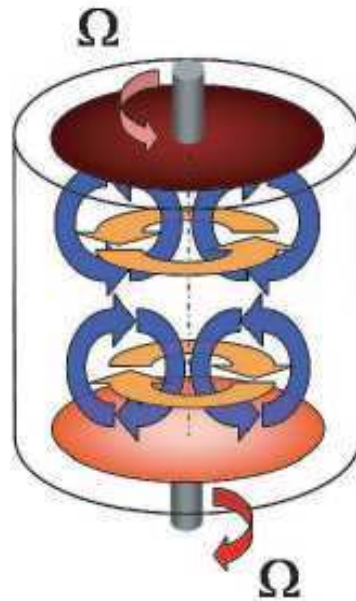


FIG. 1.6 - *Ecoulement moyen de Von Kármán engendré par la contra-rotation de deux disques : la partie toroïdale est représentée en orange, et la partie poloïdale en bleu.*

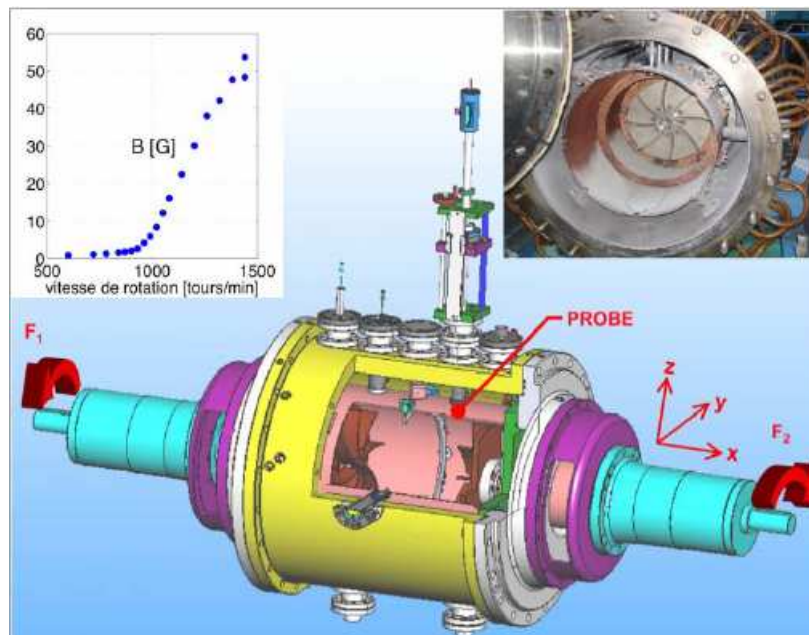


FIG. 1.7 - *Dispositif expérimental de VKS : Vue schématique où l'orientation des axes  $x$ ,  $y$  et  $z$  est indiquée, ainsi que la position de la sonde à effet Hall; Photo en haut à droite où on aperçoit le cylindre interne en cuivre et l'un des disques avec les pales. - En haut à gauche : croissance du champ magnétique dès que les disques tournent à une vitesse supérieure à 1020 tours/min (correspondant à une fréquence de 17 Hz) [Berhanu et al., 2007].*

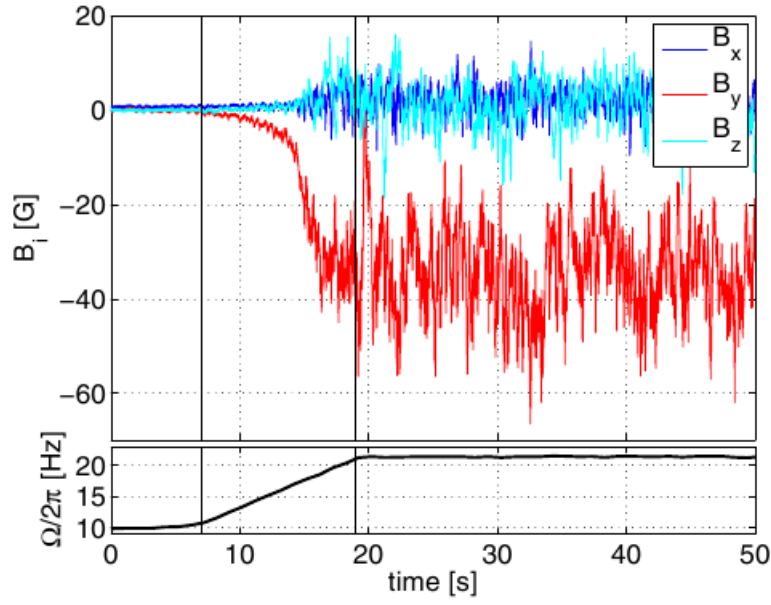


FIG. 1.8 - Evolution temporelle des trois composantes du champ magnétique (voir Fig. 1.7 pour l'orientation des axes  $x$ ,  $y$  et  $z$ ) quand la fréquence de rotation des disques augmente (représentée en bas du graphe). L'amplitude du champ magnétique est indiquée en Gauss ( $1 \text{ G} = 10^{-4} \text{ T}$ ) [Monchaux et al., 2007].



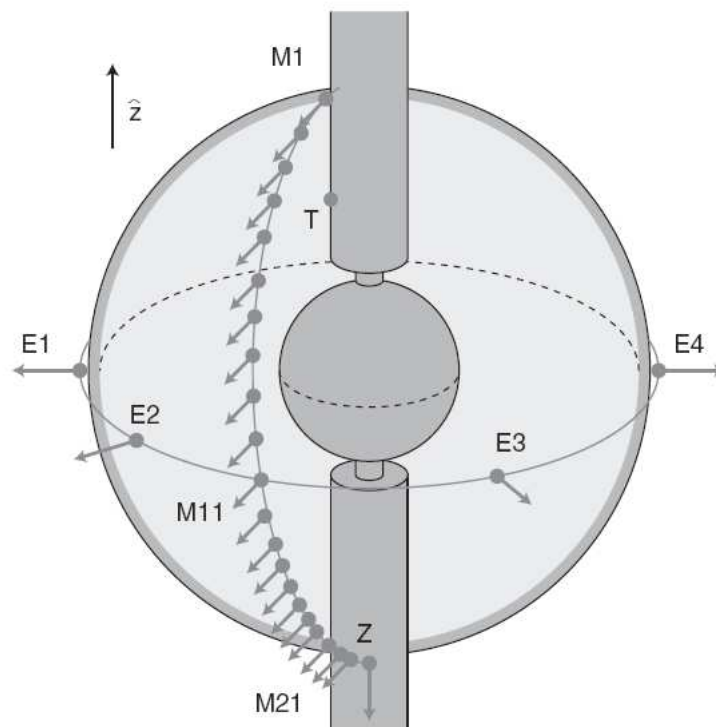
FIG. 1.9 - Schéma du dispositif expérimental de Madison avec un quart de sphère supprimé afin de voir l'intérieur où l'écoulement est généré par la rotation de deux hélices. On distingue également l'emplacement des sondes à effet Hall à la surface et dans les tubes à l'intérieur de la sphère [Spence et al., 2006].

forçage mécanique (hélices) ou basé sur la convection.

Une première expérience très semblable à celle décrite ci-dessus, est constituée d'une sphère de 30 cm de diamètre dans laquelle l'écoulement de sodium liquide est généré par deux hélices contra-rotatives pouvant atteindre une fréquence de rotation de 120 Hz [Peffley et al., 2000, Lathrop et al., 2001]. Des pulses de champ magnétique d'une amplitude de 10 mT sont appliqués et ils observent le temps de décroissance de ceux-ci. Ils peuvent alors en déduire si le seuil dynamo est proche, c'est-à-dire le seuil où le champ magnétique serait auto-entretenu.

Une seconde expérience est basée sur une mise en mouvement du sodium par convection et ainsi représente bien l'écoulement présent dans le noyau fluide de la Terre. Une sphère de 60 cm de diamètre est chauffée par l'extérieur et refroidie par son axe. Des mesures identiques à celles présentées ci-dessus sont alors effectuées.

Une modification à l'expérience précédente a été apportée en remplaçant le forçage par convection thermique par un forçage mécanique à l'aide de la rotation d'une sphère interne. Ceci permet d'atteindre des vitesses d'écoulement plus élevées. Le sodium liquide est donc compris entre deux sphères concentriques, de rayons 20 cm et 60 cm, mises en rotation à des vitesses indépendantes l'une de l'autre. De plus, un champ magnétique parallèle à l'axe de rotation et d'une amplitude maximale de 40 mT est appliqué. Des mesures du champ magnétique à l'extérieur de la sphère sont alors effectuées grâce à des sondes à effet Hall, placées tout le long d'un méridien et en différentes longitudes dans le plan équatorial (voir Fig. 1.10). Ces mesures ont permis de mettre en évidence la présence d'ondes inertielles [Kelley et al., 2007]. Une dernière expérience, en cours de construction, adopte la même géométrie et le même rapport de rayons de 1/3, mais avec une sphère externe de 3 m de diamètre. La fréquence de rotation maximale sera de 12 Hz, ce qui donne un nombre de Reynolds magnétique pouvant atteindre 700.



**FIG. 1.10** - *Dispositif expérimental de Maryland constitué de deux sphères concentriques en rotation. Les flèches indiquent les positions des sondes à effet Hall pour les mesures de champ magnétique [Kelley et al., 2007].*

## 1.3 Plan du manuscrit

Nous avons décrit, dans la partie précédente, les principales expériences tentant de reproduire l'effet dynamo. A ce jour, seule l'expérience VKS a mis en évidence la génération d'un champ magnétique dans un écoulement turbulent de sodium liquide. Cependant il semble que la présence de disques ferromagnétiques ait été essentielle à l'obtention de cet effet.

L'équipe Géodynamo à Grenoble a privilégié l'étude d'une configuration « terrestre » et de l'équilibre des forces supposé présent dans le noyau fluide de la Terre. Ceci est réalisé avec un écoulement de Couette sphérique en rotation avec un champ magnétique dipolaire imposé. Ce dernier, avec sa forte amplitude, influence l'écoulement, ce qui n'est pas le cas dans les expériences présentées précédemment. Cette expérience DTS (Derviche Tourneur Sodium), qui n'a donc pas été conçue pour reproduire l'effet dynamo, fait l'objet de ce manuscrit. La description de DTS sera présentée dans le chapitre 2, avant de passer à l'exploitation des résultats expérimentaux. Celle-ci sera répartie selon deux situations principales : l'une où la sphère externe est en rotation et l'autre où elle est au repos. Le premier cas sera étudié au cours du chapitre 3, et sera « éclairé » par la description d'un modèle permettant d'expliquer et de mieux comprendre les observations expérimentales. Le chapitre 4 sera ensuite consacré à l'étude du second cas avec de nombreuses mesures innovantes effectuées uniquement dans cette situation pour le moment. Enfin le chapitre 5 fera l'objet d'une conclusion générale et des perspectives de ce travail.





# Chapitre 2

## Description de l'expérience DTS

### 2.1 Objectifs de DTS

#### 2.1.1 Configuration « terrestre »

L'objectif principal de l'expérience DTS (Derviche Tourneur Sodium) a été d'élaborer un dispositif ayant la configuration de la Terre et les propriétés du noyau fluide. A cet effet, une géométrie sphérique a été adoptée ; plus précisément deux sphères concentriques représentant, par analogie avec la Terre, la graine (1220 km de rayon) et la limite noyau-manteau (3480 km) dans un rapport des rayons d'environ 0.35 (voir Fig. 1.1). De plus, le métal liquide utilisé afin de représenter le noyau fluide est le sodium qui est un très bon conducteur électrique.

Un autre objectif est d'étudier l'équilibre des forces supposé présent dans le noyau fluide de la Terre : le régime magnétostrophique.

#### 2.1.2 Régime magnétostrophique

Les forces de Coriolis (liée à la rotation) et de Lorentz (liée au champ magnétique) ont une forte influence sur l'écoulement et jouent un rôle majeur dans la géodynamo. La Terre pourrait donc être dans un régime magnétostrophique où ces deux forces sont en équilibre. Afin d'étudier ce régime dans DTS, la présence de rotation et de champ magnétique est indispensable et ces deux ingrédients doivent avoir des « poids » comparables. Une rotation globale (rotation de la sphère externe) est donc imposée pour représenter la force de Coriolis, mais également une rotation différentielle entre les deux sphères afin de mettre en mouvement le sodium liquide. Pour se rapprocher encore du cas de la Terre, on aurait pu penser à une mise en mouvement du fluide par convection thermique. Mais celle-ci n'est pas assez efficace et ne permettrait donc pas d'obtenir des vitesses suffisantes [Nataf, 2003].

D'autre part, dans cette expérience, le champ magnétique ne peut pas être généré directement par les mouvements de fluide conducteur par effet dynamo (vitesse et taille insuffisantes). De ce fait, afin d'étudier le régime magnétostrophique, un champ magnétique dipolaire est imposé à l'aide d'aimants permanents placés à l'intérieur de la sphère interne. Celui-ci est aligné avec l'axe de rotation des sphères et a pour



**FIG. 2.1** - Photo du dispositif expérimental de DTS où on aperçoit la sphère externe et le réservoir de stockage du sodium à la base de l'installation.

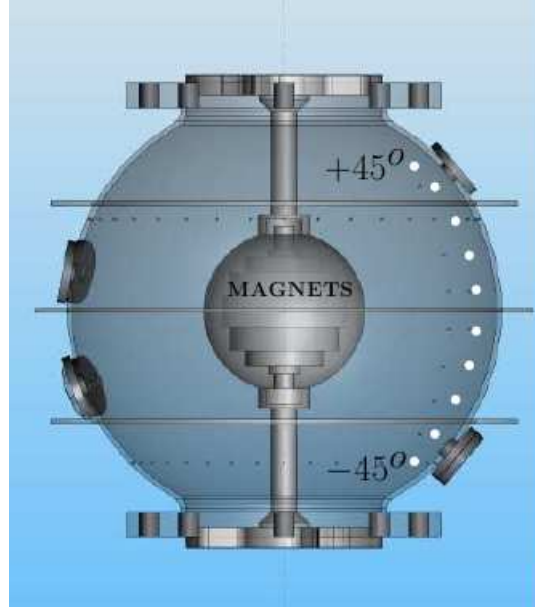
expression en coordonnées sphériques :

$$\vec{B}(r, \theta) = \frac{\mu_0 M}{4\pi r^3} (2 \cos \theta \vec{e}_r + \sin \theta \vec{e}_\theta), \quad (2.1)$$

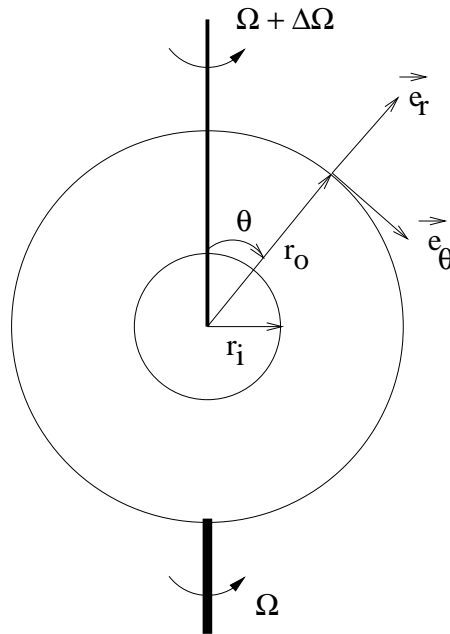
où  $M$  est le moment magnétique,  $r$  la distance radiale,  $\theta$  la colatitude et  $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta)$  les vecteurs radial et orthoradial du repère en coordonnées sphériques (voir Fig. 2.3). De cette expression, on déduit que l'amplitude du champ magnétique est deux fois plus grande aux pôles qu'à l'équateur. L'intensité du dipôle (moment magnétique) a été évaluée à  $M = -700 \text{ A.m}^2$ . Ainsi l'amplitude du champ magnétique varie de 345 mT aux pôles de la graine à 8 mT à l'équateur de la sphère externe.

## 2.2 Dispositif expérimental

Les 40 litres de sodium liquide se situent entre deux sphères concentriques [Cardin et al., 2002]. La sphère externe en acier inox a un rayon interne  $r_o = 21 \text{ cm}$  et une épaisseur de 5 mm ; et la sphère interne en cuivre, un rayon  $r_i = 7.4 \text{ cm}$  (voir Fig. 2.2). Donc le sodium est compris entre une paroi conductrice (cuivre environ 4 fois plus conducteur que le sodium) et une quasiment isolante (acier inox environ 8 fois moins conducteur que le sodium).



**FIG. 2.2** - Schéma des sphères de l'expérience DTS. Les aimants permanents sont représentés dans la sphère interne. Les positions des électrodes le long d'un méridien sont identifiées par les petits cercles blancs. Celles-ci sont situées tous les  $10^\circ$  de latitude entre  $-45^\circ$  et  $+45^\circ$  de latitude. Les différences de potentiels électriques entre ces électrodes sont mesurées. Les emplacements aux latitudes  $-20^\circ$ ,  $+10^\circ$  et  $\pm 40^\circ$  peuvent être équipés de sondes ultrasonores permettant la mesure de la vitesse du fluide.



**FIG. 2.3** - Schéma de DTS où les vecteurs  $\vec{e}_r$  (radial) et  $\vec{e}_\theta$  (orthoradial) du repère en coordonnées sphériques sont indiqués, ainsi que les principales notations.

Symbole	Propriété	Unité	Valeur
$\rho$	Densité	$\text{kg.m}^{-3}$	930
$\sigma$	Conductivité électrique	$\Omega^{-1}.\text{m}^{-1}$	$9.10^6$
$\nu$	Viscosité cinématique	$\text{m}^2.\text{s}^{-1}$	$6.5.10^{-7}$
$\eta$	Diffusivité magnétique	$\text{m}^2.\text{s}^{-1}$	$8.7.10^{-2}$
$c$	Vitesse du son	$\text{m.s}^{-1}$	2550

**TAB. 2.1** - *Propriétés physiques du sodium liquide à 130 °C.*

L'utilisation de sodium liquide implique de nombreuses précautions de sécurité. En effet, celui-ci réagit fortement si on le met en présence d'eau. Un bâtiment a donc été construit exclusivement pour l'élaboration de cette expérience. Le sodium est maintenu sous forme solide dans un réservoir situé à la base de l'installation (voir Fig. 2.1). Avant chaque campagne de mesures, les 40 litres de sodium sont chauffés, fondus et acheminés dans la coquille sphérique sous pression d'argon. La vanne électromagnétique à la base de la sphère est alors fermée. Une chambre thermostatée autour de la sphère permet de maintenir une température d'environ 130 °C, soit environ 30 °C au-dessus de la température de fusion du sodium ( $T_f = 98$  °C). Quelques propriétés physiques du sodium à 130 °C sont indiquées dans le tableau Tab. 2.1. Durant toute l'expérience, des contrôles de température et de pression sont effectués. En cas d'urgence, la vanne électromagnétique s'ouvre et le sodium tombe dans le réservoir.

A l'aide de deux moteurs d'une puissance de 11 kW chacun, les sphères sont mises en rotation autour de l'axe vertical. Un couplage magnétique est utilisé pour transférer la puissance mécanique à la sphère interne, afin de ne pas avoir de joints et peut-être des problèmes d'étanchéité qui causeraient alors des fuites de sodium. La fréquence de rotation maximale de chacune des sphères est de 30 Hz. Ceci implique alors une fréquence de rotation différentielle de 60 Hz au maximum si les deux sphères sont contra-rotatives. Cependant, dans la pratique, la fréquence maximale atteinte a été de 15 Hz pour la sphère externe et de 30 Hz pour la graine.

## 2.3 Techniques de mesures

### 2.3.1 Vélométrie Doppler ultrasonore

La méthode de mesure de vitesses par effet Doppler est une méthode performante dans le cas d'utilisation de liquides opaques, comme les métaux liquides tels le sodium ou le gallium [Brito et al., 2001, Eckert and Gerbeth, 2002]. Le principe de la vélocimétrie Doppler ultrasonore est d'envoyer une série de pulses d'ultrasons et de recevoir les échos générés par la réflexion sur les particules présentes dans le fluide. Des oxydes présents naturellement dans le métal liquide jouent le rôle de ces diffuseurs. Le temps entre l'envoi et la réception des ultrasons nous renseigne sur la distance à laquelle sont les diffuseurs, et leur changement de position entre deux

pulses successifs nous fournit une information sur leur vitesse de déplacement. Donc une mesure de la composante de la vitesse le long du rai ultrasonore est obtenue en chaque position et à chaque instant. Ceci est alors représenté par des profils spatio-temporels de vitesse.

L'acquisition de ces signaux s'effectue grâce au vélocimètre DOP 2000 (Signal Processing). Les transducteurs utilisés pour réaliser ces mesures sont des sondes ultrasonores 4 MHz de type TR0405HS de Signal Processing (Lausanne, Suisse). Elles sont placées dans des « bouchons » s'adaptant sur la sphère externe en différentes latitudes  $-20^\circ$ ,  $+10^\circ$  et  $\pm 40^\circ$  (voir Fig. 2.2). Des vitesses radiales et azimutales sont mesurées grâce à diverses orientations de tir. Pour les mesures radiales, le trajet ultrasonore est selon un rayon, et pour les mesures azimutales effectuées à  $+10^\circ$  de latitude, la géométrie du tir est représentée sur la figure Fig. 2.4. Ce trajet ultrasonore fait un angle de  $21^\circ$  vers le bas par rapport à la direction horizontale, et un angle de  $24^\circ$  par rapport à la direction radiale. Cette géométrie a été choisie afin de passer au plus près de la graine (le rayon cylindrique minimal atteint est de 7.9 cm, et le rayon de la graine est de 7.4 cm). En considérant que l'écoulement est axisymétrique, la trajectoire du rai ultrasonore peut être projetée dans un plan méridien (voir Fig. 2.4 à droite). D'autre part, en supposant que les vitesses méridiennes sont très faibles par rapport aux vitesses azimutales (ce qui est vérifié par les mesures : rapport de 10%), on obtient la relation suivante entre la vitesse mesurée le long du rai ultrasonore  $U_{\text{mes}}(d)$  et la fréquence angulaire du fluide  $\Delta f_{\text{fluid}}(s, z)$  :

$$\Delta f_{\text{fluid}}(s, z) = \frac{2.88}{2\pi} \frac{U_{\text{mes}}(d)}{r_o}, \quad (2.2)$$

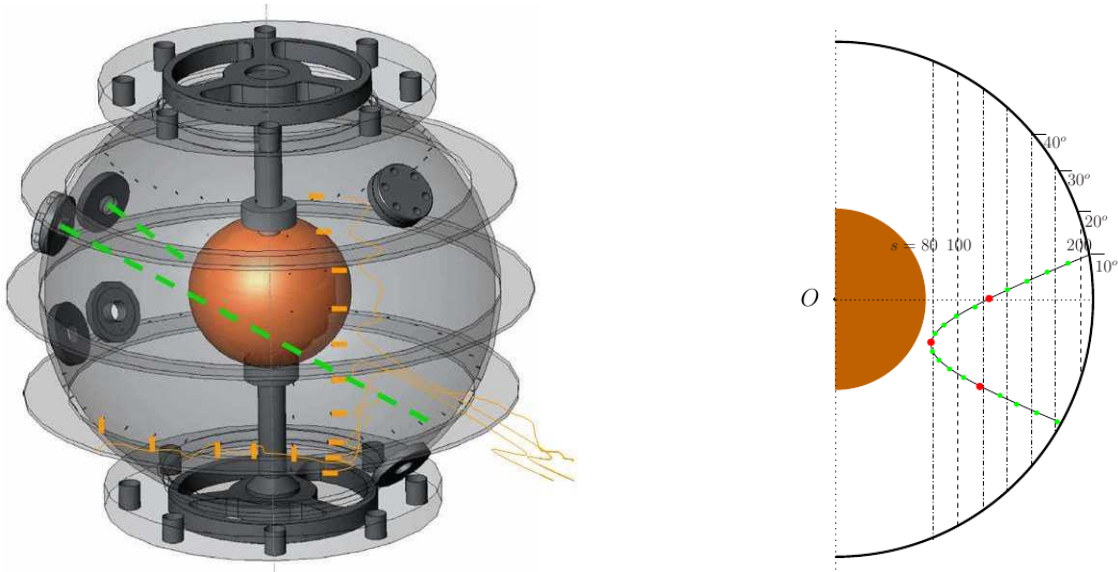
où  $d$  est la distance le long du rai ultrasonore depuis la sphère externe,  $s$  le rayon cylindrique et  $z$  la hauteur à partir du plan équatorial. Ces différentes distances sont reliées de la manière suivante :

$$s(d) = r_o \cos 10^\circ \sqrt{1 - 1.76 \frac{d}{r_o} + 0.898 \left(\frac{d}{r_o}\right)^2}, \quad (2.3)$$

$$z(d) = r_o \sin 10^\circ - 0.359 d. \quad (2.4)$$

### 2.3.2 Potentiels électriques

Les potentiels électriques sont mesurés en différents points le long de plusieurs parallèles et méridiens sur la sphère externe (voir Fig. 2.2). Cette mesure est obtenue grâce à des électrodes de cuivre introduites dans la sphère dans des trous de 1 mm de diamètre et de 4 mm de profondeur (donc non intrusifs car l'épaisseur de la sphère externe est de 5 mm). L'acquisition de ces signaux se fait à une fréquence d'échantillonnage de 1000 Hz. Les différences de potentiels électriques entre ces électrodes permettent ainsi de contraindre les courants électriques générés par l'écoulement de sodium, et d'obtenir indirectement une mesure de la vitesse du sodium. Notamment les mesures réalisées le long d'un méridien peuvent être reliées



**FIG. 2.4** - *A gauche : Schéma en 3D des deux sphères de DTS où sont représentées en vert les trajectoires des rais ultrasonores pour les mesures de vitesses radiales et azimutales. - A droite : Trajectoire du rai ultrasonore (pour les mesures azimutales) dans un plan méridien, obtenue en considérant que l'écoulement est axisymétrique. La distance  $d$  le long du rai depuis  $+10^\circ$  de latitude est indiquée par les points verts tous les 20 mm et les points rouges tous les 100 mm.*

aux vitesses azimutales sous la couche de Hartmann [Nataf et al., 2006]. En effet, d'après la loi d'Ohm :

$$\vec{j} = \sigma(\vec{E} + \vec{U} \wedge \vec{B}), \quad (2.5)$$

et avec  $\vec{E} = -\vec{\nabla}V$  (en considérant un état stationnaire), on obtient pour la composante orthoradiale :

$$\frac{\Delta V}{r_o \Delta \theta} = U_\varphi B_r - \frac{j_\theta}{\sigma}, \quad (2.6)$$

où  $\Delta V$  est la différence de potentiels électriques entre deux électrodes séparées d'un angle  $\Delta \theta = 10^\circ$  le long d'un méridien,  $r_o$  est le rayon de la sphère,  $U_\varphi$  est la vitesse azimutale du fluide,  $B_r$  est la composante radiale du champ magnétique à la latitude des électrodes,  $j_\theta$  est la composante orthoradiale du courant électrique et  $\sigma$  est la conductivité électrique du fluide. En supposant que  $j_\theta$  est négligeable à l'extérieur de la couche de Hartmann, on obtient ainsi la relation entre la différence de potentiels électriques à la surface et la vitesse azimutale du fluide :

$$\Delta V = r_o \Delta \theta B_r U_\varphi. \quad (2.7)$$

La différence de potentiels électriques peut donc être utilisée comme équivalent de la vitesse du fluide, et nous verrons par la suite que celle-ci permet d'obtenir une bonne mise à l'échelle des différentes mesures. Pour cela, nous utiliserons la différence de potentiels électriques à  $40^\circ$  de latitude Nord ( $\Delta V_{40}$ ).

### 2.3.3 Champ magnétique induit

#### A l'extérieur de la sphère dans le référentiel du laboratoire

Le champ magnétique est mesuré dans le référentiel du laboratoire, à  $50^\circ$  de latitude Nord et à 5 mm environ de la sphère externe. L'épaisseur de la sphère étant de 5 mm, la mesure s'effectue donc à 10 mm du sodium liquide. Les sondes magnétiques sont des sondes GMR (Giant Magneto-Resistance) et permettent la mesure des composantes radiale et orthoradiale du champ magnétique. Ces sondes provenant de NVE Corporation sont de type AA005 pour les mesures radiales et de type AA006 pour les mesures orthoradiales. Elles ont une valeur de saturation différente : 10 mT pour les premières et 5 mT pour les secondes. AA005 a été choisie pour les mesures radiales de façon à avoir une plage de mesures plus importante, car l'amplitude de cette composante est plus élevée que celle de la composante orthoradiale à cette latitude ( $50^\circ$  Nord). L'acquisition de ces signaux se fait à une fréquence d'échantillonnage de 2000 Hz. De plus, les variations de température ayant un effet significatif sur les mesures magnétiques, celle-ci est mesurée près des magnétomètres. Ceci permet alors une correction de cet effet lors du traitement des signaux magnétiques.

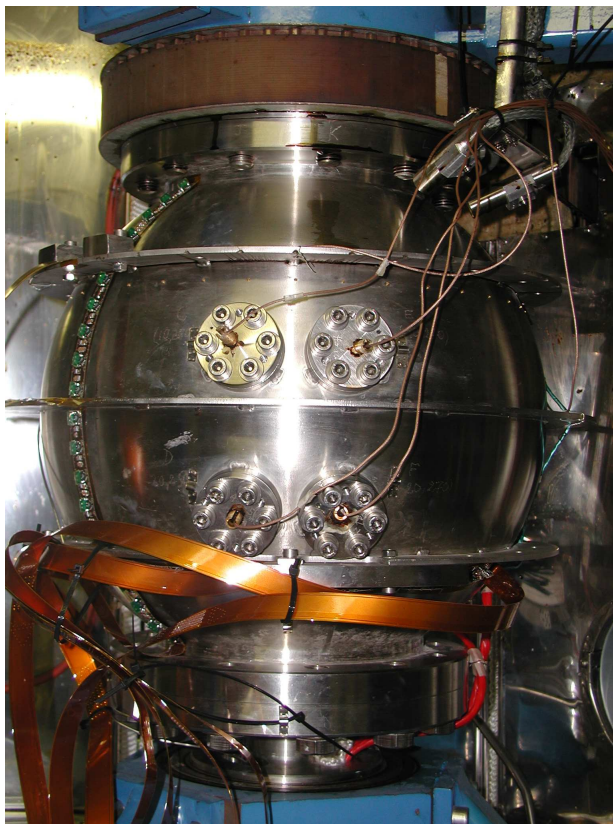
#### Nappes à la surface de la sphère

Un autre dispositif de mesures magnétiques a été mis en place en mai 2008, fonctionnant pour le moment sans rotation de la sphère externe. Il est prévu par la suite de numériser les signaux et de les récupérer grâce au collecteur tournant. Plusieurs nappes de capteurs magnétiques (de type GMR AA005) sont collées sur la sphère externe le long d'un méridien et d'un parallèle (voir Fig. 2.5). Chaque nappe contient 5 cellules où une mesure radiale et deux mesures tangentielles sont effectuées en chacune d'elles. La température est également mesurée afin de corriger son effet sur les mesures magnétiques lors du traitement de ces signaux. Ces capteurs, en étant situés à la surface de la sphère, permettent une mesure du champ magnétique induit au plus proche des sources (c'est-à-dire à environ 6 mm du sodium liquide si on ajoute l'épaisseur de la nappe à celle de la sphère externe). De plus le long d'un méridien, les capteurs sont placés tous les 22 mm à la surface de la sphère (i.e. tous les  $5.8^\circ$  de latitude), ce qui permet une bonne description de l'évolution du champ induit avec la latitude. Ces deux avancées (par rapport aux mesures précédentes) représentent un avantage considérable pour la compréhension de la dynamique de l'écoulement.

#### Doigt de gant à l'intérieur de la sphère

Des mesures de champ magnétique à l'intérieur de la sphère ont pu être effectuées pour la première fois en octobre 2008. Ceci a été réalisé grâce à l'installation d'un doigt de gant à  $-20^\circ$  de latitude. Des sondes à effet Hall sont utilisées, et permettent d'obtenir une amplitude pouvant aller jusqu'à 100 mT. De plus, celles-ci nous fournissent le signe de la mesure (contrairement aux sondes GMR), et fonc-





**FIG. 2.5** - *Photo des nappes de capteurs magnétiques à la surface de la sphère le long d'un méridien et d'un parallèle.*

tionnent jusqu'à une température de 150 °C. Les sondes sont positionnées en différents rayons dans le doigt de gant où six emplacements sont prévus et répartis tous les 2 cm environ. La composante toroïdale du champ magnétique induit est mesurée en chacun de ces points, et les composantes radiale et orthoradiale en deux points.

## 2.4 Equations de la MHD

L'écoulement d'un fluide conducteur est régi par les équations de la magnétohydrodynamique (MHD). Nous allons simplement les rappeler ici, mais une explication complète pourra être trouvée dans les livres de [Moreau \[1990\]](#) et de [Rieutord \[1997\]](#) (pour la partie hydrodynamique, et une petite introduction à la MHD).

La MHD couple l'équation de Navier-Stokes (équation du mouvement) et l'équation d'induction :

$$\rho \left( \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \vec{\nabla}) \vec{u} + 2\vec{\Omega} \wedge \vec{u} \right) = -\vec{\nabla} p + \rho \nu \vec{\nabla}^2 \vec{u} + \vec{j} \wedge \vec{B}, \quad (2.8)$$

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \vec{\nabla} \wedge (\vec{u} \wedge \vec{B}) + \eta \vec{\nabla}^2 \vec{B}, \quad (2.9)$$

où  $\vec{u}$  est le champ de vitesse,  $p$  la pression dynamique,  $\vec{\Omega}$  la vitesse angulaire de rotation de la sphère externe,  $\vec{B}$  le champ magnétique,  $\vec{j}$  la densité de courants électriques,  $\rho$  la densité du fluide,  $\nu$  sa viscosité cinématique et  $\eta$  sa diffusivité magnétique.

Suivant l'importance relative des différents termes de ces équations, divers équilibres de forces sont établis. Par la suite, nous parlerons souvent du régime magnétostrophique, pour lequel les forces de Coriolis et de Lorentz sont en équilibre. Mais prenons tout d'abord la rotation d'une part, et le champ magnétique d'autre part, afin de bien comprendre les effets liés à chacun.

### 2.4.1 Théorème de Proudman-Taylor

On considère un écoulement hydrodynamique stationnaire en rotation, pour lequel les effets inertiels et visqueux sont négligeables par rapport à la force de Coriolis. Celui-ci est alors soumis à un équilibre géostrophique :

$$2\rho \vec{\Omega} \wedge \vec{u} = -\vec{\nabla} p. \quad (2.10)$$

En prenant le rotationnel de cette équation, le membre de droite s'annule et celui de gauche s'exprime de la manière suivante :

$$\vec{\nabla} \wedge (\vec{\Omega} \wedge \vec{u}) = \vec{\Omega}(\vec{\nabla} \cdot \vec{u}) - \vec{u}(\vec{\nabla} \cdot \vec{\Omega}) + (\vec{u} \cdot \vec{\nabla}) \vec{\Omega} - (\vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla}) \vec{u}. \quad (2.11)$$

Plusieurs termes sont nuls :  $\vec{\nabla} \cdot \vec{u} = 0$  (loi de conservation de la masse),  $\vec{\nabla} \cdot \vec{\Omega} = 0$  et  $(\vec{u} \cdot \vec{\nabla}) \vec{\Omega} = \vec{0}$  car  $\Omega$  est une constante. Du rotationnel de l'équation (2.10), il reste alors :

$$(\vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla}) \vec{u} = \vec{0}. \quad (2.12)$$

En notant  $\vec{e}_z$  la direction de rotation ( $\vec{\Omega} = \Omega \vec{e}_z$ ), on obtient :

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial z} = \vec{0}. \quad (2.13)$$

Ceci indique alors que l'écoulement est invariant suivant l'axe de rotation.

### 2.4.2 Loi de Ferraro

D'après l'équation d'induction (2.9), où on suppose un écoulement stationnaire et une dissipation négligeable, on a :

$$\vec{\nabla} \wedge (\vec{u} \wedge \vec{B}) = \vec{0}. \quad (2.14)$$

Le développement de cette expression, où on a  $\vec{\nabla} \cdot \vec{u} = 0$  et  $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$ , nous donne :

$$(\vec{B} \cdot \vec{\nabla})\vec{u} - (\vec{u} \cdot \vec{\nabla})\vec{B} = \vec{0}. \quad (2.15)$$

En considérant un écoulement toroïdal ( $\vec{u} = u_\varphi \vec{e}_\varphi$ ) et un champ magnétique axisymétrique (indépendant de  $\varphi$  :  $\partial/\partial\varphi = 0$ ), on obtient :

$$(\vec{B} \cdot \vec{\nabla})\vec{u} = \vec{0}. \quad (2.16)$$

Cette relation est analogue à (2.12) où  $\vec{\Omega}$  est ici remplacé par  $\vec{B}$ . On déduit donc que l'écoulement est invariant suivant les lignes de champ magnétique.

Nous ferons souvent référence, par la suite, à ces deux résultats remarquables : théorème de Proudman-Taylor et loi de Ferraro.

### 2.4.3 Nombres adimensionnels

Pour établir l'importance relative des différents termes des équations (2.8) et (2.9), des nombres adimensionnels sont définis et permettent ainsi de caractériser l'écoulement. Dans la définition des grandeurs où une longueur caractéristique intervient, on prendra le rayon de la sphère externe  $r_o$  comme dimension. Une vitesse caractéristique basée sur la vitesse de la graine sera considérée :  $U = r_i \Delta\Omega$  avec  $\Delta\Omega$  la vitesse angulaire de rotation différentielle entre les deux sphères.

Dans l'équation du mouvement (2.8), les effets inertiels (terme convectif) et visqueux (terme diffusif) sont comparés grâce au nombre de Reynolds  $Re$  :

$$Re = \frac{U r_o}{\nu} = \frac{r_i r_o \Delta\Omega}{\nu} \quad [\text{inertiel/visqueux}]. \quad (2.17)$$

Dans l'équation d'induction (2.9), les effets d'induction (terme convectif) et de diffusion du champ magnétique sont comparés grâce au nombre de Reynolds magnétique  $R_m$  :

$$R_m = \frac{U r_o}{\eta} = \frac{r_i r_o \Delta\Omega}{\eta} \quad [\text{induction/diffusion}]. \quad (2.18)$$

Pour quantifier les effets du champ magnétique (force de Lorentz) et de la rotation (force de Coriolis) par rapport aux effets visqueux, on définit les nombres d'Hartmann  $Ha$  et d'Ekman  $E$  :

$$Ha = \sqrt{\frac{\sigma}{\rho\nu}} r_o B \quad [(\text{Lorentz}/\text{visqueux})^{1/2}], \quad (2.19)$$

et

$$E = \frac{\nu}{\Omega r_o^2} \quad [\text{visqueux}/\text{Coriolis}]. \quad (2.20)$$

Un grand nombre d'Hartmann indique que les effets du champ magnétique sont dominants par rapport aux effets visqueux. Quant au nombre d'Ekman, plus il est faible plus les effets de la force de Coriolis sont dominants.

Afin de comparer directement les forces de Coriolis et de Lorentz, qui sont les deux forces principales régissant l'équilibre magnétostrophique, on définit le nombre d'Elsasser  $\Lambda$  :

$$\Lambda = \frac{\sigma B^2}{\rho\Omega} \quad [\text{Lorentz}/\text{Coriolis}]. \quad (2.21)$$

Dans le cas d'un régime magnétostrophique, qui est le régime supposé présent pour la Terre, ce nombre d'Elsasser est de l'ordre de 1. Dans l'expérience DTS, le champ magnétique imposé étant dipolaire, son amplitude varie avec le rayon, et on obtient donc différents régimes suivant la position à l'intérieur de la coquille sphérique.

On peut définir également le paramètre d'interaction  $N$  comparant la force de Lorentz aux effets inertiels :

$$N = \frac{\sigma r_o B^2}{\rho r_i \Delta\Omega} \quad [\text{Lorentz}/\text{inertiel}]. \quad (2.22)$$

Le nombre de Rossby  $Ro$  permet d'apprécier l'importance relative des termes inertiel et de Coriolis. Celui-ci peut être obtenu en faisant le rapport des deux précédents nombres adimensionnels  $\Lambda/N$ . Mais on considérera simplement ici la comparaison des vitesses angulaires de rotation de la graine et de la sphère, en omettant le ratio des rayons  $r_i/r_o$  :

$$Ro = \frac{\Delta\Omega}{\Omega} \quad [\text{inertiel}/\text{Coriolis}]. \quad (2.23)$$

Si  $|Ro| < 1$ , le terme de Coriolis est dominant par rapport au terme d'inertie, et inversement si  $|Ro| > 1$ .

D'autres nombres adimensionnels pourraient être encore définis, mais ceux-ci sont les principaux auxquels nous ferons référence régulièrement tout au long de ce manuscrit. Leurs valeurs typiques dans l'expérience DTS sont indiquées dans le tableau Tab. 2.2. Elles ont été obtenues pour différentes fréquences de rotation globale  $f = \Omega/2\pi$  et différentielle  $\Delta f = \Delta\Omega/2\pi$ , ainsi que pour deux valeurs de

champ magnétique  $B_i = 175$  mT (à l'équateur de la graine) et  $B_o = 8$  mT (à l'équateur de la sphère externe). En effet, étant donné le caractère dipolaire du champ magnétique imposé, son amplitude est beaucoup plus grande près de la graine qu'à la sphère externe (décroissance en  $1/r^3$ ).

Nombre adimensionnel	Valeur			
	<u><math>\Delta f = 1 \text{ Hz}</math></u>		<u><math>\Delta f = 45 \text{ Hz}</math></u>	
$Re$	1.5 $10^5$		6.8 $10^6$	
$R_m$	1.1		50.5	
	<u><math>B = B_i</math></u>		<u><math>B = B_o</math></u>	
$Ha$	4484		205	
$N$	<u><math>\Delta f = 1 \text{ Hz}</math></u> 134	<u><math>\Delta f = 45 \text{ Hz}</math></u> 3	<u><math>\Delta f = 1 \text{ Hz}</math></u> 0.28	<u><math>\Delta f = 45 \text{ Hz}</math></u> 0.006
$\Lambda$	<u><math>f = 5 \text{ Hz}</math></u> 9.4	<u><math>f = 15 \text{ Hz}</math></u> 3.1	<u><math>f = 5 \text{ Hz}</math></u> 0.02	<u><math>f = 15 \text{ Hz}</math></u> 0.007
	<u><math>f = 5 \text{ Hz}</math></u>		<u><math>f = 15 \text{ Hz}</math></u>	
$E$	4.7 $10^{-7}$		1.6 $10^{-7}$	
$Ro$	<u><math>\Delta f = 1 \text{ Hz}</math></u> 0.2	<u><math>\Delta f = 45 \text{ Hz}</math></u> 9	<u><math>\Delta f = 1 \text{ Hz}</math></u> 0.07	<u><math>\Delta f = 45 \text{ Hz}</math></u> 3

**TAB. 2.2** - Valeurs typiques des nombres adimensionnels dans l'expérience DTS pour différentes fréquences de rotation globale  $f = \Omega/2\pi$  et différentielle  $\Delta f = \Delta\Omega/2\pi$ , ainsi que pour deux valeurs de champ magnétique  $B_i = 175 \text{ mT}$  (à l'équateur de la graine) et  $B_o = 8 \text{ mT}$  (à l'équateur de la sphère externe).



# Chapitre 3

## Résultats expérimentaux et de modélisation avec rotation globale

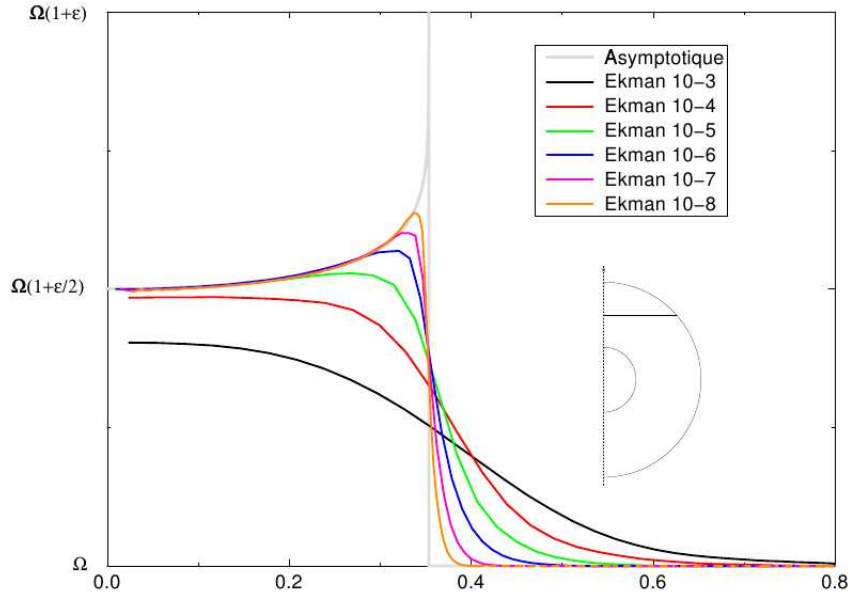
### 3.1 Introduction

Avant d'exploiter les données obtenues avec l'expérience DTS, nous allons rappeler quelques résultats théoriques et numériques, et notamment ceux d'un modèle proche de la configuration et des paramètres de DTS qui aident à l'interprétation des observations expérimentales.

#### 3.1.1 Écoulement hydrodynamique de Couette sphérique

Tout d'abord, avant de considérer un écoulement magnétohydrodynamique de Couette sphérique, rappelons le cas classique sans champ magnétique. L'écoulement d'un fluide visqueux compris entre deux sphères concentriques en rotation différentielle est appelé écoulement de Couette sphérique. Quand les sphères sont en rotation rapide, l'écoulement principal (hors des couches limites) est géostrophique [[Proudman, 1956](#)], c'est-à-dire que celui-ci est invariant suivant l'axe de rotation (théorème de Proudman-Taylor). L'écoulement s'organise donc en cylindres concentriques alignés avec l'axe de rotation. Ceux-ci sont communément appelés cylindres géostrophiques. A l'extérieur du cylindre tangent à la sphère interne, les cylindres touchent la sphère externe aux deux extrémités. Dans cette région, le fluide tourne donc à la vitesse angulaire de la sphère externe. Par contre, ceci est différent à l'intérieur du cylindre tangent où les cylindres géostrophiques sont reliés aux deux sphères tournant à des vitesses angulaires différentes. Le pompage d'Ekman dans les couches limites détermine alors la vitesse angulaire du fluide. Enfin, il reste une discontinuité de vitesse géostrophique au niveau du cylindre tangent (voir Fig. [3.1](#)). Celle-ci est accommodée par une couche de cisaillement dont la structure a été résolue par [Stewartson \[1966\]](#). Cette couche de cisaillement est d'ailleurs maintenant appelée couche de Stewartson.





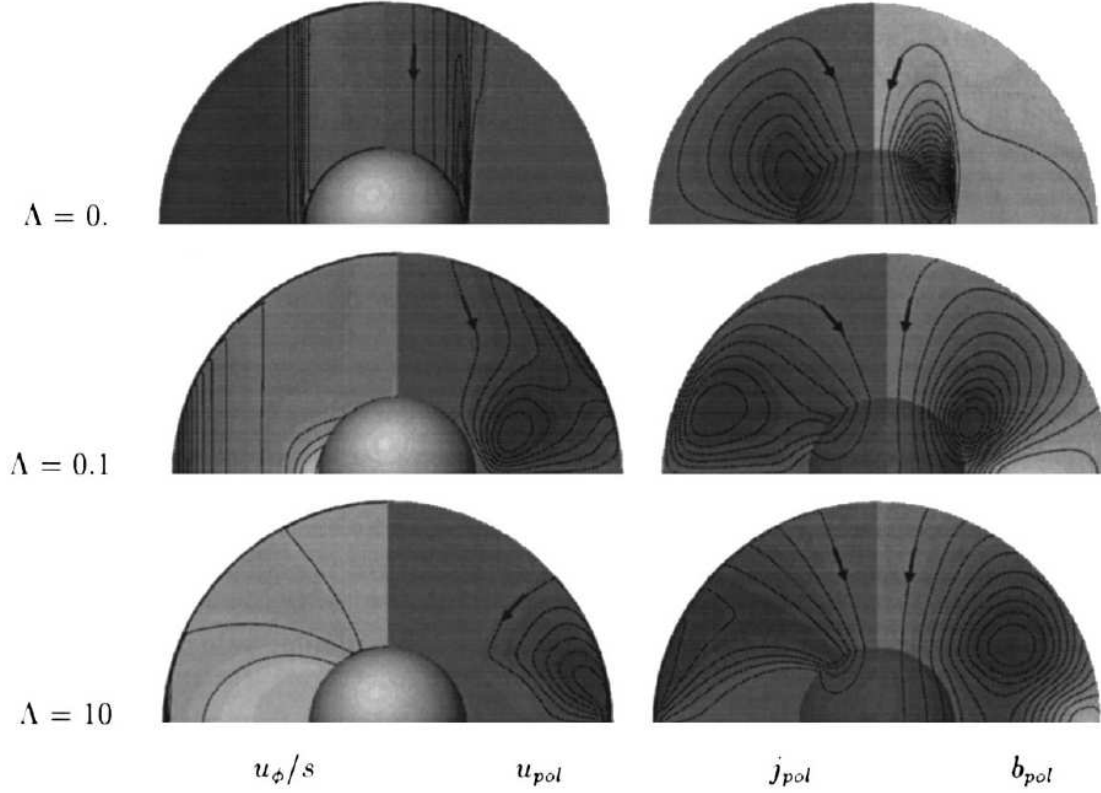
**FIG. 3.1** - Evolution de la vitesse angulaire en fonction du rayon cylindrique  $s$  dans un écoulement de Couette sphérique pour différents nombres d'Ekman  $E$  (quand  $E$  diminue, la rotation augmente) et l'étude asymptotique de Proudman [1956] quand  $E \rightarrow 0$ .  $\Omega$  est la vitesse angulaire de rotation de la sphère externe, et  $\Omega(1 + \epsilon)$  celle de la sphère interne. La discontinuité de vitesse angulaire au niveau du cylindre tangent à la sphère interne (en  $s = 0.35$ ) est accommodée par la couche de cisaillement de Stewartson, dont l'épaisseur varie avec  $E$  [Dormy, 1997].

### 3.1.2 Écoulement magnétohydrodynamique de Couette sphérique

Nous allons à présent étudier l'effet d'un champ magnétique imposé sur un écoulement de fluide conducteur électrique, et notamment son effet sur la couche de cisaillement précédemment décrite. Nous verrons que l'organisation de l'écoulement dépend fortement de la forme du champ magnétique appliqué (axial, dipolaire,...) et des conditions aux bords (sphères isolantes ou conductrices) [Hollerbach, 2000, Hollerbach and Skinner, 2001]. Le premier à avoir considéré ce problème numériquement fut Hollerbach [1994] dans un cas où les sphères sont isolantes et un champ magnétique dipolaire est appliqué. Les lignes de champ magnétique poloïdales étant cisillées par l'écoulement, cela crée un champ induit toroïdal par effet Omega. A ce champ induit sont associés des courants, dont les premiers effets sont de s'opposer au cisaillement leur ayant donné naissance. Donc la présence de ce champ magnétique réduit le cisaillement au niveau du cylindre tangent. Et plus les effets de ce champ magnétique sont grands, plus on s'approche d'une rotation en bloc à une vitesse angulaire intermédiaire entre celles des sphères interne et externe, telle que les couples visqueux aux deux frontières s'équilibrent.

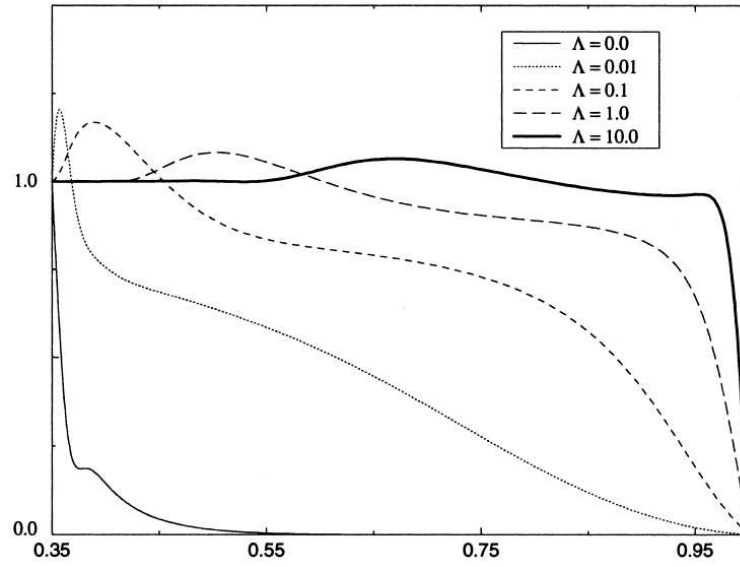
Voyons maintenant ce qui change quand la graine a une conductivité électrique finie. La présence du champ magnétique favorise toujours une rotation en bloc si celui-ci est assez fort. Mais cette fois, le couplage magnétique entre le fluide et la graine (car celle-ci est conductrice) est plus efficace que le couplage visqueux à la sphère externe. Par conséquent, l'écoulement se synchronise avec la graine. Cependant, la vitesse angulaire du fluide excède localement celle de la graine : ce phénomène est appelé super-rotation [Dormy et al., 1998, 2002]. Sa localisation dans la région équatoriale dépend de l'amplitude du champ magnétique appliqué (voir Fig. 3.3). Lorsque celle-ci augmente, la zone de super-rotation se déplace de la graine vers la sphère externe. Ce phénomène peut être expliqué par la circulation des courants électriques (voir Fig. 3.2). Le cisaillement visqueux dans la couche de Hartmann à la sphère externe induit des courants électriques, et la force de Lorentz produite équilibre ces forces visqueuses. Ces courants électriques doivent alors boucler dans le volume en tentant de suivre au maximum les lignes du champ magnétique dipolaire, mais dans la région équatoriale ils leur sont nécessairement normaux. La force de Lorentz qui en résulte est donc à l'origine de l'accélération du fluide à une vitesse angulaire supérieure à celle de la rotation en bloc avec la graine.

Néanmoins, ce sont des résultats obtenus avec un modèle linéaire. En ajoutant les effets d'inertie ([Hollerbach et al., 2007] dans un cas sans rotation d'ensemble), c'est-à-dire en augmentant la rotation différentielle, et tout en gardant un fort champ magnétique dipolaire imposé, la zone de super-rotation ne se trouve plus à la sphère externe mais est déplacée vers la graine (voir Fig. 3.4). En effet, le transport radial centrifuge dans la région équatoriale augmente, et le moment angulaire est transporté de la graine vers la sphère externe. Cela induit alors une diminution de la vitesse angulaire à l'extérieur par conservation du moment angulaire. Ceci s'oppose à la force

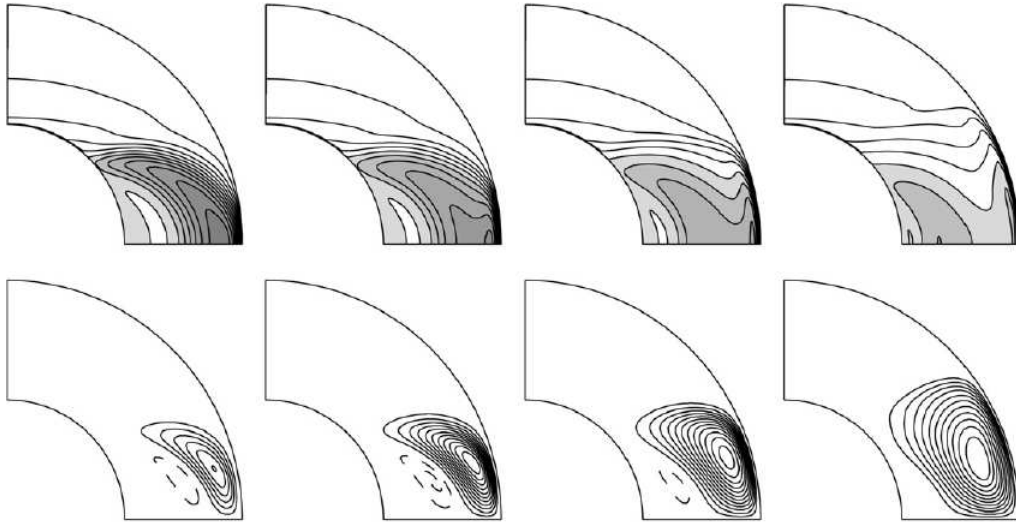


**FIG. 3.2** - Représentations dans un demi-plan méridien des contours de vitesse angulaire  $u_\phi/s$ , de la circulation de vitesse poloïdale  $u_{pol}$ , des courants électriques poloïdaux  $j_{pol}$  et des lignes de champ magnétique induit poloïdales  $b_{pol}$  pour  $E = 10^{-5}$  et différents nombres d'Elsasser  $\Lambda$  (définis avec l'amplitude maximale à la sphère externe du champ magnétique imposé (située aux pôles); par rapport à notre définition, on a donc un facteur 2 avec l'amplitude du champ magnétique imposé à l'équateur de la sphère externe, ce qui donne un facteur 4 sur  $\Lambda$ ) [Dormy et al., 1998].

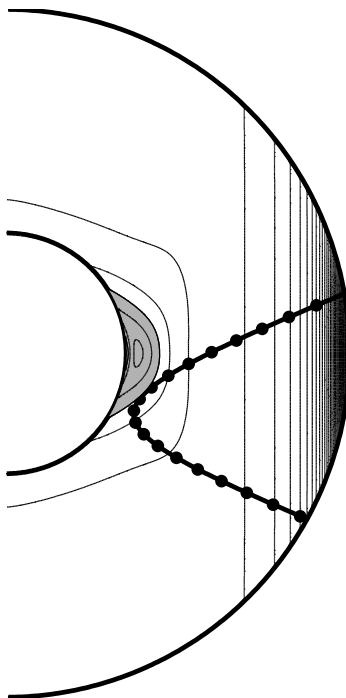
de Lorentz qui tend à accélérer le fluide, alors que près de la graine où le champ magnétique imposé est le plus fort, celle-ci domine et entraîne une super-rotation du fluide. Des résultats d'un modèle numérique axisymétrique non linéaire avec la configuration et les paramètres de DTS avec rotation d'ensemble sont présentés sur la figure Fig. 3.5. Les contours de vitesse angulaire mettent en évidence différentes zones dans le fluide. En effet, suivant l'emplacement dans la coquille sphérique, les forces dominantes changent en raison du caractère dipolaire du champ magnétique imposé. Près de la graine, celui-ci domine et l'écoulement est invariant selon les lignes de champ magnétique (loi de Ferraro [1937], par analogie avec le théorème de Proudman-Taylor); alors qu'ailleurs la force de Coriolis est prépondérante (par rapport à la force de Lorentz) et l'écoulement est géostrophique, c'est-à-dire invariant suivant l'axe de rotation (théorème de Proudman-Taylor). L'étendue relative de ces régions est donc contrôlée par le nombre d'Elsasser local qui compare les forces de Lorentz et de Coriolis.



**FIG. 3.3** - Coupe équatoriale de la vitesse angulaire pour  $E = 10^{-5}$  et différents nombres d'Elsasser  $\Lambda$  (voir Fig. 3.2 pour la correspondance avec notre définition de  $\Lambda$ ). L'écoulement se synchronise avec la graine quand  $\Lambda$  augmente et la zone de super-rotation migre de la graine vers la sphère externe [Dormy et al., 1998].



**FIG. 3.4** - Représentations dans un demi-plan méridien des contours de vitesse angulaire (en haut) et de la circulation de vitesse poloïdale (en bas) pour  $E^{-1} = 0$  (pas de rotation d'ensemble),  $Ha = 100$  et  $Re = 300, 1000, 3000$  et  $10000$  (de gauche à droite). L'intervalle entre les contours de vitesse angulaire est de  $0.2\Delta f$  (où  $\Delta f$  est la fréquence de rotation de la graine), et la zone de super-rotation est grisée. Celle-ci se déplace de la sphère externe vers la graine quand les effets inertiels augmentent ( $Re$  augmente) [Hollerbach et al., 2007].



**FIG. 3.5** - *Modèle numérique axisymétrique non linéaire avec la configuration et les paramètres de DTS, pour  $f = 5$  Hz et  $\Delta f = 0.4$  Hz. Représentation dans un plan méridien des contours de vitesse angulaire. Celle-ci est supérieure à celle de la graine dans la région grisée (super-rotation). La trajectoire du rai ultrasonore « azimuthal » projetée dans le plan méridien est ajoutée, et la distance le long de ce rai depuis  $+10^\circ$  de latitude est indiquée par des points tous les 2 cm (calculs D. Jault).*

## 3.2 Résultats expérimentaux

Lors d'une séquence de mesures, les fréquences de rotation de la sphère  $f$  et de la graine  $f + \Delta f$  sont imposées. Généralement, la fréquence de la sphère  $f$  est maintenue constante, et la variation de fréquence de rotation différentielle entre les deux sphères  $\Delta f$  se fait par plateaux. Toutes les mesures décrites dans le chapitre précédent sont alors effectuées. Plusieurs profils Doppler de vitesses radiales et azimutales sont enregistrés durant une séquence. Les mesures de différence de potentiels électriques selon un méridien vont nous permettre de contraindre les courants électriques générés par l'écoulement de sodium, et d'obtenir une mesure indirecte de la vitesse du fluide. Enfin pour les mesures de champ magnétique à 50° de latitude Nord, on observe le champ induit par l'écoulement après soustraction du champ dipolaire imposé. En effet, celui-ci est connu et correspond à la valeur mesurée lorsqu'il n'y a pas de rotation des sphères.

### 3.2.1 Evolution avec la fréquence de rotation différentielle

On s'intéresse dans un premier temps à l'écoulement moyen axisymétrique [Nataf et al., 2008]. Pour cela, on étudie l'évolution des différentes mesures avec les variations de fréquence de rotation différentielle. Pour une valeur de fréquence de rotation différentielle donnée, on s'attend à ce que chacune des mesures soit reproductible.

#### Champ magnétique induit

Pour les mesures de champ magnétique, on applique une moyenne glissante en temps sur 3 secondes afin de retirer la partie fluctuante (étudiée dans [Schmitt et al., 2008]) et les perturbations du signal (dus à la rotation de la sphère par exemple). D'autre part, une correction de l'effet de la température est également à prendre en compte (voir section 4.3 pour les détails). Après soustraction du champ dipolaire imposé, on observe alors l'évolution du champ magnétique induit avec la fréquence de rotation différentielle (voir Fig. 3.6). L'amplitude de celui-ci est très faible par rapport au champ dipolaire imposé : quelques dizaines de  $\mu\text{T}$  contre 10 mT pour la composante radiale du dipôle à cette latitude de mesure. Et contrairement à ce qu'on pouvait s'attendre, on note une très forte dispersion des mesures, notamment quand les deux sphères sont en contra-rotation.

#### Différence de potentiels électriques

D'après la relation (2.7), on peut déduire la vitesse azimutale du fluide des mesures de différence de potentiels électriques. La fréquence angulaire étant liée à la vitesse azimutale par  $\Delta f_{\text{fluid}} = \frac{U_\varphi}{2\pi s}$ , on obtient l'expression suivante de la fréquence angulaire du fluide  $\Delta f_{\text{fluid}}$  en fonction de la différence de potentiels électriques  $\Delta V$  :

$$\Delta f_{\text{fluid}} = \frac{\Delta V}{2\pi s r_o \Delta \theta B_r}. \quad (3.1)$$

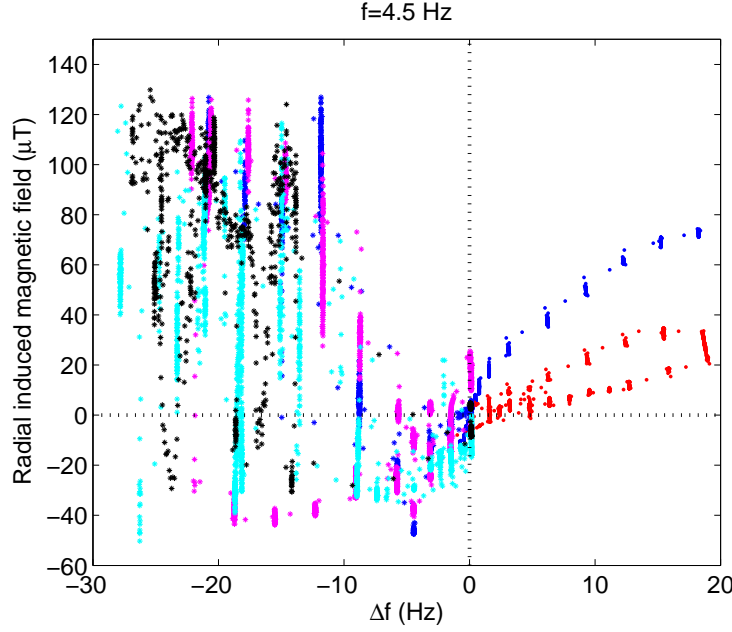
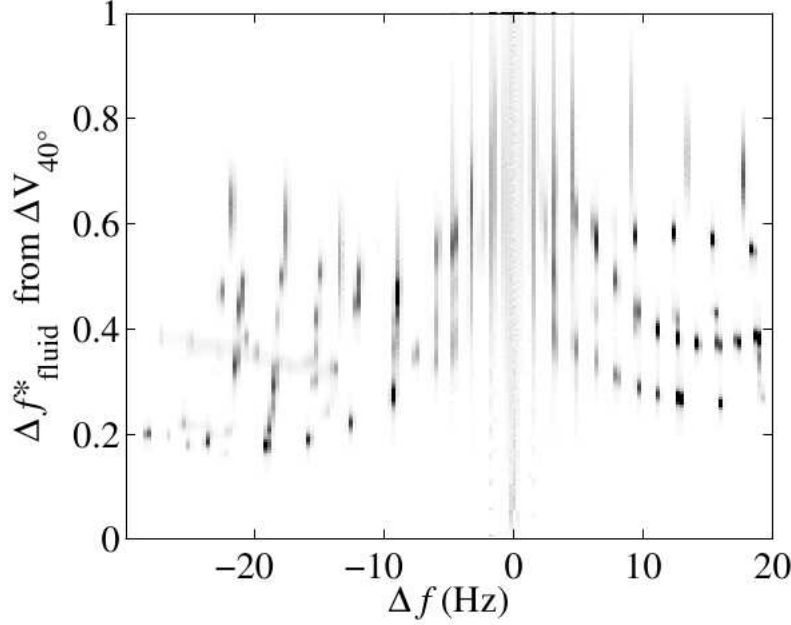


FIG. 3.6 - Evolution du champ magnétique induit radial  $b_r$  avec la fréquence de rotation différentielle imposée  $\Delta f$ , pour une fréquence de rotation globale  $f = 4.5$  Hz. Les couleurs correspondent à diverses séries de mesures.

La figure Fig. 3.7 représente l'évolution de cette grandeur adimensionnée par la fréquence de rotation différentielle  $\Delta f$  en fonction de  $\Delta f$ . Les mesures sont très dispersées, c'est-à-dire que l'on n'obtient pas une valeur mesurée pour une valeur de forçage donnée. Nous pensons que ceci est dû à des variations de couplage électrique entre le sodium liquide et la graine en cuivre. En effet, les courants électriques générés par l'écoulement de sodium liquide et qui bouclent ensuite dans la graine dépendent de ce couplage. L'efficacité de ce couplage peut être altérée par des dépôts d'oxydes de sodium à la surface de la graine, modifiant localement la conductivité électrique de celle-ci.

### Profil de vitesse angulaire

La vitesse du fluide est mesurée directement grâce à la technique de vélocimétrie Doppler ultrasonore (voir section 2.3.1). Pour les mesures « azimutales », on a montré que la composante de la vitesse mesurée est proportionnelle à la fréquence angulaire du fluide (voir équation 2.2). Plusieurs profils de vitesse sont représentés sur la figure Fig. 3.8 pour différentes fréquences de rotation différentielle  $\Delta f$ . La distance le long du rai ultrasonore vaut 0 au niveau de la sonde à la sphère externe et environ 18.8 cm (c'est-à-dire  $s \approx 7.9$  cm) lorsqu'il passe au plus proche de la graine (voir trajectoire du rai ultrasonore sur la figure Fig. 3.5). Les profils pour des faibles  $\Delta f$  permettent d'obtenir des vitesses mesurées jusqu'à cette distance ; mais avec des vitesses plus élevées, il faut des émissions d'ultrasons plus rapides pour pouvoir les mesurer, ce qui entraîne une diminution de la distance jusqu'à

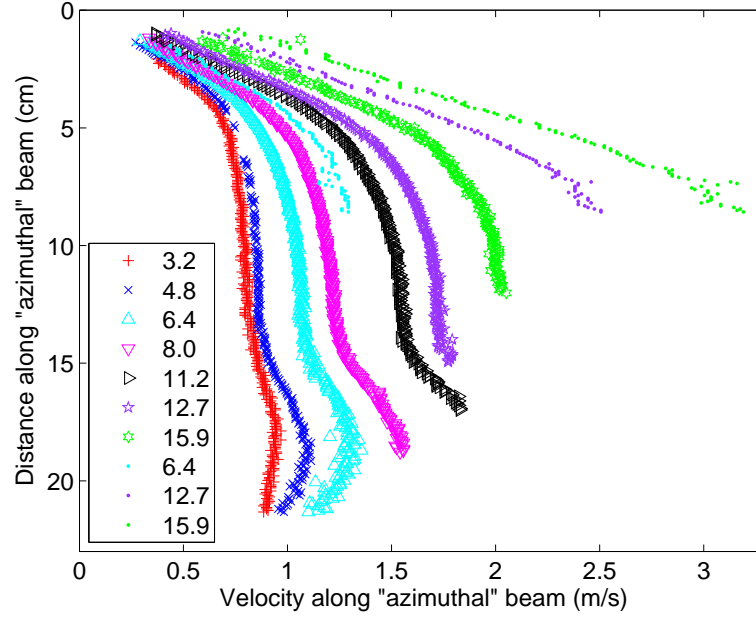


**FIG. 3.7** - Evolution de la fréquence angulaire du fluide  $\Delta f_{\text{fluid}}^* = \Delta f_{\text{fluid}} / \Delta f$  adimensionnée par la fréquence de rotation différentielle imposée  $\Delta f$ , pour une fréquence de rotation globale  $f = 4.5$  Hz.  $\Delta f_{\text{fluid}}$  a été déduite des mesures de différence de potentiels électriques à  $40^\circ$  de latitude Nord  $\Delta V_{40}$ .

laquelle la mesure est possible. En effet, le temps entre émission et réception ne peut excéder le temps entre deux pulses d'ultrasons successifs. Après ces quelques considérations techniques, revenons à la description de ces profils, dont la forme globale est indépendante du forçage  $\Delta f$ . La vitesse est maximale près de la graine où les effets du champ magnétique sont les plus forts (voir Fig. 3.5). Puis la vitesse angulaire est quasiment constante dans le cœur du fluide avant de décroître à la sphère externe. Ce plateau de vitesse dans la région géostrophique, ainsi que la décroissance à l'extérieur seront expliqués à l'aide d'un modèle basé sur l'approche de Kleeorin *et al.* [1997] et adapté à nos conditions (voir section 3.3).

Cependant, on note que pour un même forçage, l'amplitude des vitesses peut être différente. On a évoqué ci-dessus les variations de couplage électrique entre le sodium liquide et la graine en cuivre comme pouvant être à l'origine de cette dispersion. Afin de modéliser cet effet, les variations de couplage ont été simulées dans le modèle numérique par un changement de conductivité de la graine. Le rapport de conductivité entre la graine et le sodium étant de 4.2 initialement (avec la conductivité du cuivre) a été réduit à 0.04 puis 0.01. Les profils de vitesse le long du rai ultrasonore « azimutal » (afin de comparer avec les mesures expérimentales) ont été représentés sur la figure Fig. 3.9 pour ces diverses conductivités. On note que la forme du profil reste identique et que seule l'amplitude de la vitesse est modifiée. Par conséquent, ces variations de conductivité de la graine imitant les variations de couplage électrique modélisent bien ce qui est observé expérimentalement. La





**FIG. 3.8** - *Profils de vitesse le long du rai ultrasonore « azimuthal » pour une fréquence de rotation globale  $f = 4.5$  Hz et différentes fréquences de rotation différentielle imposées  $\Delta f$  (valeurs indiquées en Hz dans la légende).*

comparaison entre ces résultats indique une réduction importante de la conductivité équivalente d'un facteur 100 pour expliquer la dispersion des mesures.

### 3.2.2 Equivalent de la vitesse du fluide : $\Delta V_{40}$

La dispersion des mesures observée ci-dessus empêche d'obtenir une vision cohérente de l'écoulement. Cependant, on a vu précédemment que la différence de potentiels électriques pouvait être reliée à la fréquence angulaire du fluide (voir équation 3.1). Montrons ceci à partir des mesures directes de la vitesse du fluide. Les profils de vitesse angulaire ayant une forme typique (décrite ci-dessus), on peut repérer les vitesses mesurées sur le plateau à une distance  $d = 8.5$  cm (depuis la sphère externe le long du rai ultrasonore) pour différentes fréquences de rotation différentielle imposées  $\Delta f$ , et les représenter en fonction de  $\Delta f$  (voir Fig. 3.10). On note que ces mesures de vitesse sont dispersées (on a plusieurs valeurs de vitesses pour un forçage donné), comme déjà constaté ci-dessus. Mais si on trace l'évolution de ces mesures avec la différence de potentiels électriques à  $40^\circ$  de latitude Nord ( $\Delta V_{40}$ ), celle-ci devient linéaire. Ceci indique alors que  $\Delta V_{40}$  est bien une mesure indirecte de la vitesse du fluide, et peut donc être utilisée comme un équivalent de celle-ci. De cette relation linéaire, on peut obtenir le coefficient permettant de passer de  $\Delta V_{40}$  à la fréquence angulaire du fluide  $\Delta f_{\text{fluid}}$ . Celui-ci vaut :  $\Delta f_{\text{fluid}}/\Delta V_{40} \approx 2600$  Hz/V. Par la suite,  $\Delta V_{40}$  sera préférée à  $\Delta f$  pour obtenir une bonne mise à l'échelle des différentes mesures, et ainsi mettre en évidence divers phénomènes.

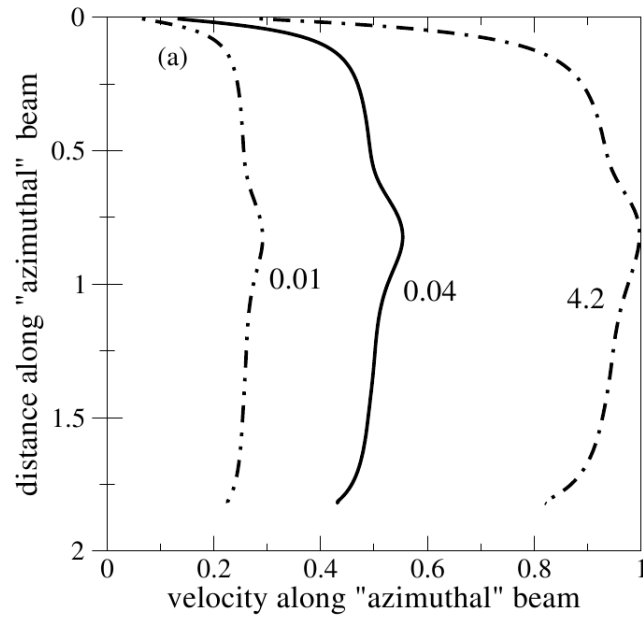


FIG. 3.9 - Profils synthétiques de vitesse le long du rai ultrasonore « azimuthal » pour différents rapports de conductivité entre la graine et le sodium (indiqués sur la figure). Les vitesses sont normalisées par la vitesse différentielle tangentielle à l'équateur de la graine, et les distances par le rayon de la sphère externe (calculs D. Jault).

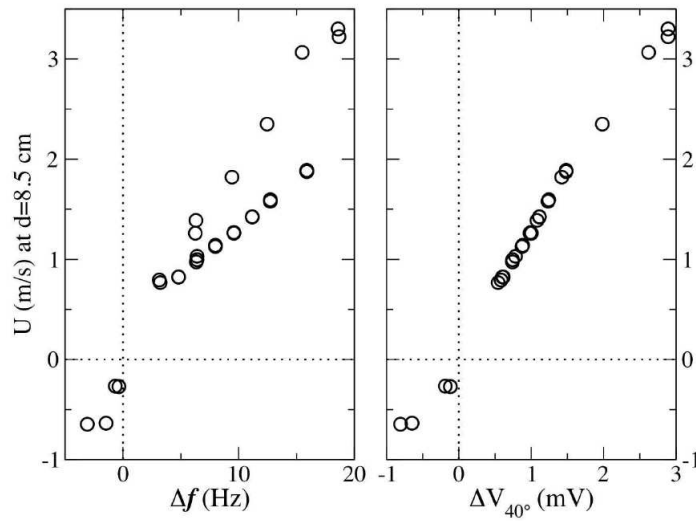


FIG. 3.10 - Vitesse mesurée le long du rai ultrasonore à une distance  $d = 8.5$  cm en fonction de la fréquence de rotation différentielle imposée  $\Delta f$  (à gauche) et de la différence de potentiels électriques à  $40^\circ$  de latitude Nord  $\Delta V_{40}$  (à droite), pour une fréquence de rotation globale  $f = 4.5$  Hz.

### 3.2.3 Mise en évidence d'un régime particulier

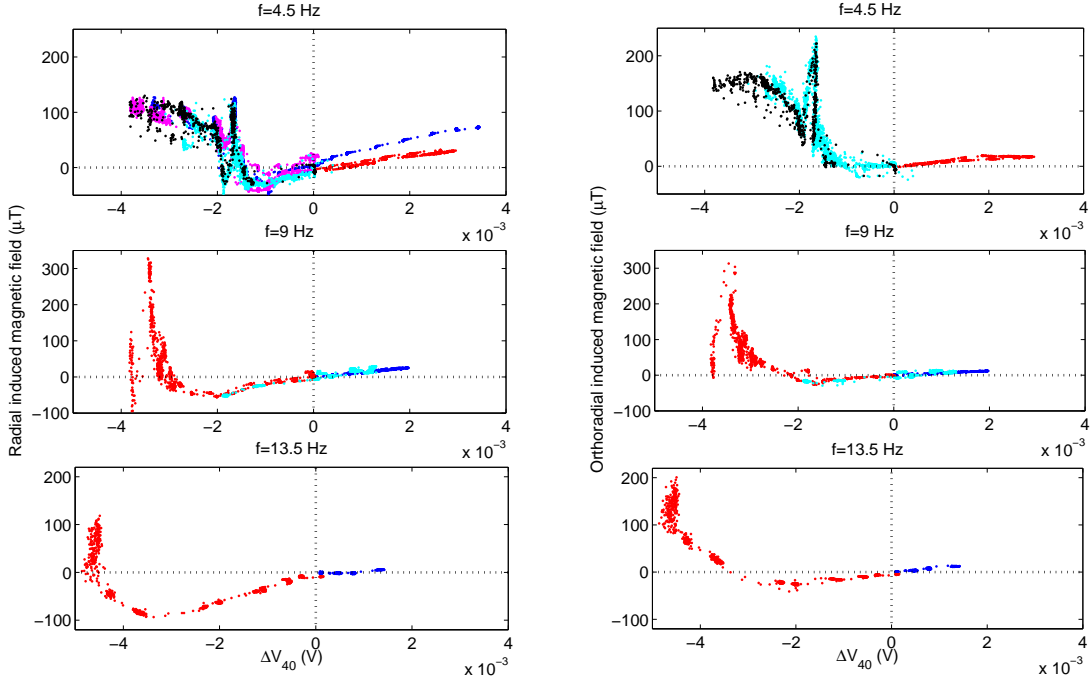
#### « Pic » de champ magnétique induit

On représente l'évolution des composantes radiale et orthoradiale du champ magnétique induit en fonction de la différence de potentiels électriques à 40° de latitude Nord ( $\Delta V_{40}$ ) pour trois fréquences de rotation globale  $f$  (voir Fig. 3.11). Contrairement à la représentation en fonction de  $\Delta f$  (voir Fig. 3.6) où on notait une grande dispersion des mesures de champ induit, on observe ici la mise en évidence d'un « pic » bien défini pour des valeurs négatives de  $\Delta V_{40}$ .

Avant d'aller plus loin dans l'explication de ce « pic », rappelons tout d'abord l'origine de ce champ magnétique induit ; ou autrement dit, quels sont les mouvements de fluide créateurs de ce champ induit ? La circulation principale du fluide dans la direction azimutale ne peut être à l'origine d'un champ magnétique induit mesurable à l'extérieur de la sphère où nos sondes sont positionnées. En effet, cette circulation crée une composante toroïdale de champ magnétique à partir de la composante poloïdale du champ dipolaire imposé. Ceci est appelé l'effet Omega. Il reste alors la circulation méridienne qui permet de créer un champ magnétique poloïdal. Celle-ci consiste en des mouvements de fluide dans le plan équatorial et qui rebouclent vers les pôles. C'est donc cette circulation méridienne du fluide qui est à l'origine du champ magnétique induit mesurable à l'extérieur de la sphère.

Maintenant que nous en savons un peu plus sur l'origine du champ magnétique induit, revenons à la description de la figure Fig. 3.11. On note une antisymétrie par rapport à  $\Delta V_{40} = 0$  (ou  $\Delta f = 0$ ) qui peut être expliquée par un changement de sens de la circulation méridienne. En effet, quand le nombre de Rossby  $Ro$  est positif ( $\Delta f$  et  $f$  de même signe), le fluide est centrifugé au niveau de l'équateur et reboucle vers les pôles. Tandis que dans le cas des faibles  $Ro < 0$ , le fluide est centripété à l'équateur et ainsi le pompage d'Ekman est opposé. On obtient donc bien un changement de signe du champ magnétique induit au passage par  $Ro = 0$ . Une autre chose à remarquer est un champ magnétique induit plus faible en présence de rotation globale (dans les cas  $Ro > 0$  et faible  $Ro < 0$  ; à comparer avec le cas sans rotation globale dans la section 4.3). En effet avec celle-ci entre en jeu la contrainte de Proudman-Taylor qui tend à aligner les mouvements suivant l'axe de rotation et ainsi affaiblir la circulation méridienne. Celle-ci est d'ailleurs de plus en plus faible quand la fréquence de rotation globale augmente.

Qu'en est-il alors de l'explication du « pic » de champ magnétique induit quand les deux sphères sont contra-rotatives ? La valeur de  $\Delta V_{40}$  à laquelle apparaît ce « pic » dépend de la fréquence de rotation globale  $f$ . Cette valeur augmente (en valeur absolue, car négative) quand  $f$  augmente :  $\Delta V_{40} = -1.7$  mV pour  $f = 4.5$  Hz,  $\Delta V_{40} = -3.3$  mV pour  $f = 9$  Hz et  $\Delta V_{40} = -4.4$  mV pour  $f = 13.5$  Hz. Grâce à la relation linéaire entre  $\Delta V_{40}$  et la fréquence angulaire du fluide  $\Delta f_{\text{fluid}}$  (voir équation 3.1), on peut déduire  $\Delta f_{\text{fluid}}$  et un nombre de Rossby effectif  $Ro_{\text{eff}} = -1$  au niveau de ce « pic ». Celui-ci compare la fréquence angulaire du fluide dans le repère en



**FIG. 3.11** - Evolution des composantes radiale (à gauche) et orthoradiale (à droite) du champ magnétique induit avec la différence de potentiels électriques à  $40^\circ$  de latitude Nord  $\Delta V_{40}$  pour différentes fréquences de rotation globale  $f = 4.5 \text{ Hz}$ ,  $f = 9 \text{ Hz}$  et  $f = 13.5 \text{ Hz}$ . Les couleurs correspondent à diverses séries de mesures.

rotation à la fréquence de rotation globale :

$$Ro_{\text{eff}} = \frac{\Delta f_{\text{fluid}}}{f}. \quad (3.2)$$

Une valeur égale à  $-1$  indique que ces deux fréquences sont opposées. Ainsi le fluide se trouve « au repos » dans le référentiel du laboratoire. La contrainte de Proudman-Taylor n'étant plus présente, une circulation méridienne intense peut être développée et ainsi créer un fort champ magnétique induit.

Ce « pic » marque donc une transition entre deux régimes : l'un où la rotation globale domine (faible circulation méridienne centripète dans le plan équatorial) et l'autre où la rotation différentielle devient prépondérante et une forte circulation centrifuge s'installe.

### Signature du « pic » sur les vitesses radiales

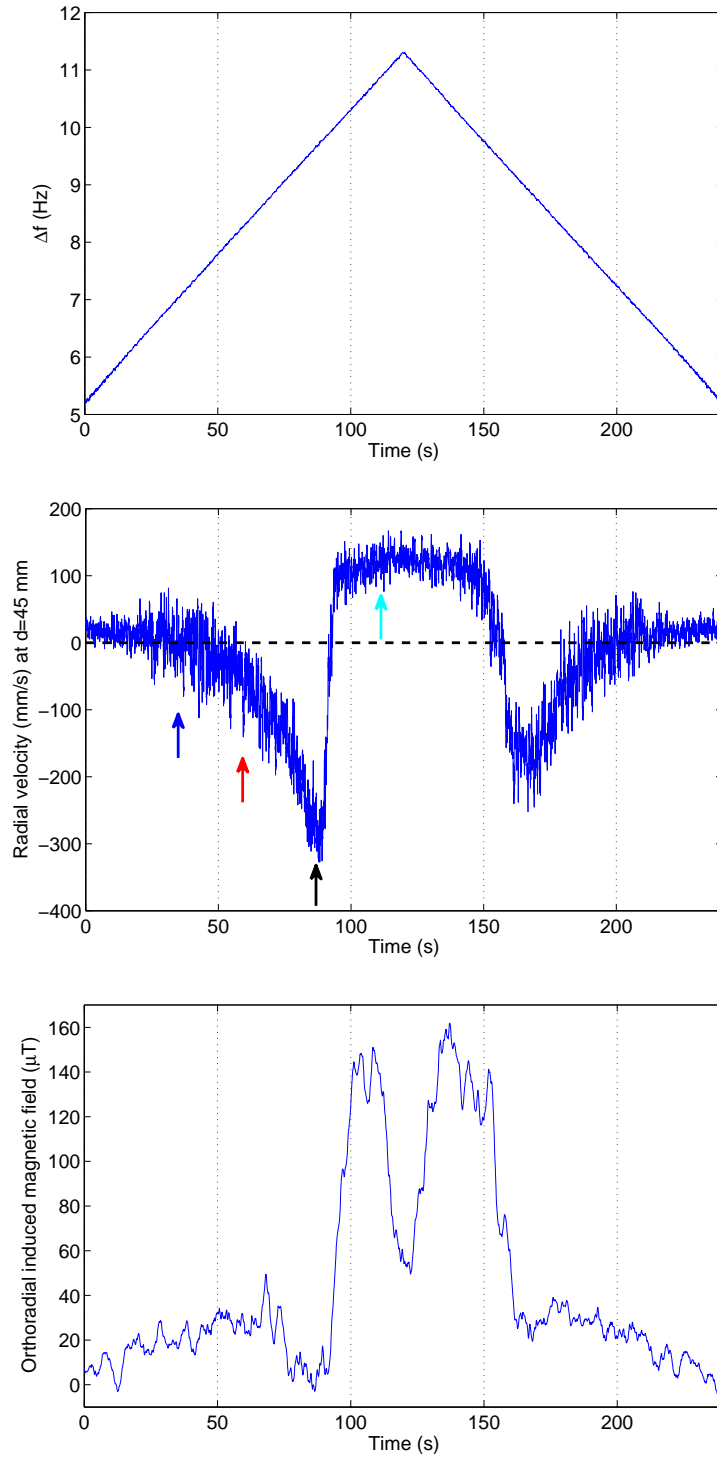
Ce changement de régime est bien visible sur les mesures de vitesses radiales effectuées grâce à la technique de vélocimétrie Doppler ultrasonore, à  $-20^\circ$  de latitude (voir Fig. 3.12). Sur une séquence où la fréquence de rotation différentielle  $\Delta f$  est augmentée linéairement plutôt que par plateaux, on note une brusque transition des vitesses centripètes (valeurs négatives) vers des vitesses centrifuges (valeurs positives), correspondant au « pic » de champ magnétique induit. Sur cette figure,

l'évolution de la vitesse radiale est représentée en un rayon donné ; mais le comportement est identique à d'autres rayons comme l'indiquent les profils radiaux de vitesse de la figure Fig. 3.13 pour différents forçages  $\Delta f$ . On note que les vitesses sont centripètes avec une amplitude croissante et deviennent centrifuges au fur et à mesure de l'augmentation de  $\Delta f$ . Ce changement de régime est visible pour des rayons compris entre 115 mm et 210 mm (rayon de la sphère externe ; sur la figure, le rayon maximal est 190 mm car près de la sphère, les mesures sont très bruitées et ne sont donc pas exploitables). Près de la graine, d'un rayon de 74 mm, les vitesses sont toujours centrifuges.

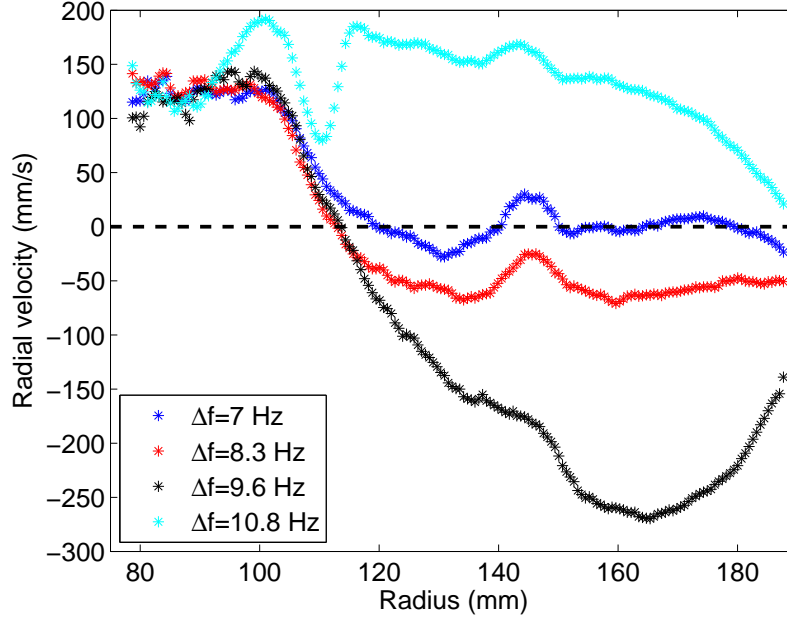
### Comparaison avec des calculs numériques - Migration du « pic »

Des calculs numériques avec le code PARODY ont été menés dans ces conditions pour différents forçages avec les deux sphères en contra-rotation (voir Fig. 3.14). Lors de l'augmentation de ce forçage, la circulation centripète dans le plan équatorial laisse place à une circulation centrifuge. On peut noter ici que, pour les plus faibles forçages, la circulation est centripète mais avec une petite cellule centrifuge près de la graine, comme il a été constaté expérimentalement (voir Fig. 3.13). A la jonction entre ces deux cellules méridiennes, le fluide de la couche limite externe rentre vers l'intérieur de la coquille sphérique ; les lignes de champ magnétique sont alors « compressées », ce qui entraîne la création d'un fort champ induit. Cette jonction migre de l'équateur vers les pôles au fur et à mesure que le forçage augmente. On peut penser que la brusque variation de champ magnétique induit observée expérimentalement apparaît lors du passage de cette jonction sous les sondes de mesures. Le champ magnétique n'étant mesuré qu'en une seule latitude (50° de latitude Nord) pour le moment, on n'a pas pu vérifier la migration du « pic » lors de l'augmentation du forçage. Ceci sera réalisable prochainement puisqu'un ensemble de capteurs magnétiques tout le long d'un méridien a été mis en place et des mesures sans rotation globale ont déjà pu être effectuées (voir section 4.3).

Cependant, les mesures de vitesses radiales et de champ magnétique ne se font pas à la même latitude, on peut donc essayer de voir cette migration. La signature de cette jonction correspond aux maxima de vitesses centripètes et de champ magnétique induit. On note que celui-ci atteint son amplitude maximale après les vitesses centripètes (voir Fig. 3.12). Le calage en temps n'étant pas optimal, on ne peut rien déduire de cet écart temporel entre les deux types de mesures. Mais en revanche, on peut remarquer que l'intervalle de temps entre les deux changements de régime (lors de l'augmentation puis de la diminution du forçage) est plus faible dans le cas du champ magnétique que pour les vitesses radiales. En effet, le changement de régime intervient pour un forçage  $\Delta f = 9.6$  Hz sur les mesures de vitesses radiales (à  $-20^\circ$  de latitude), et pour  $\Delta f = 10.4$  Hz sur les mesures de champ magnétique (à  $50^\circ$  de latitude). Donc celui-ci apparaît d'abord à  $20^\circ$  puis à  $50^\circ$  de latitude, ce qui indique bien une migration de l'équateur vers les pôles lors de l'augmentation du forçage  $\Delta f$ .



**FIG. 3.12** - Evolutions temporelles de la fréquence de rotation différentielle  $\Delta f$ , de la vitesse radiale mesurée à  $-20^\circ$  de latitude à la profondeur  $d = 45$  mm (rayon  $r = 165$  mm) et du champ magnétique induit orthoradial mesuré à  $50^\circ$  de latitude, pour une fréquence de rotation globale  $f = -4.5$  Hz. Ici  $[f < 0 ; \Delta f > 0]$  est équivalent au cas  $[f > 0 ; \Delta f < 0]$ , c'est-à-dire  $Ro < 0$ .

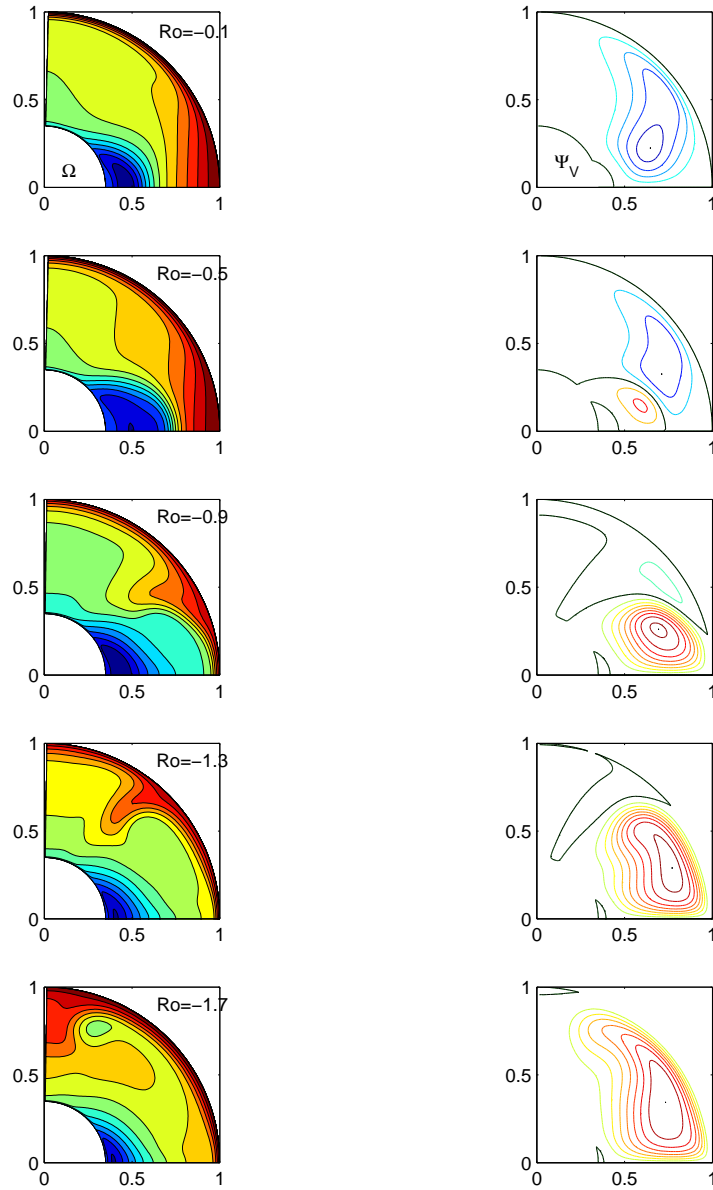


**FIG. 3.13** - Profils de vitesse radiale pour une fréquence de rotation globale  $f = -4.5$  Hz et différentes fréquences de rotation différentielle  $\Delta f$ . Les couleurs de ces courbes sont analogues à celles des flèches sur le 2<sup>ème</sup> graphe de la figure Fig. 3.12, et permettent de repérer les instants de chaque  $\Delta f$ . Les valeurs positives de vitesses indiquent des vitesses centrifuges, et les valeurs négatives des vitesses centripètes.

### 3.2.4 Profil de vitesse angulaire

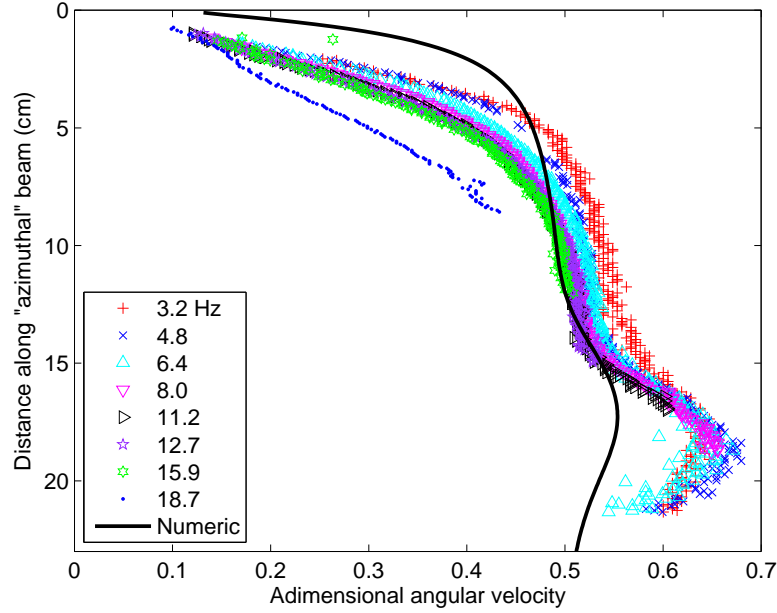
Nous avons vu précédemment que les profils de vitesse angulaire avaient la même forme quel que soit le forçage  $\Delta f$ , mais l'amplitude des vitesses variait beaucoup pour un même  $\Delta f$  à cause des variations de couplage électrique entre le sodium liquide et la graine en cuivre. En normalisant ces profils par  $\Delta V_{40}$ , on obtient la figure Fig. 3.15 où est ajouté un profil numérique complet. À première vue, tous les profils expérimentaux se superposent remarquablement bien, justifiant l'usage de  $\Delta V_{40}$  comme équivalent de la vitesse du fluide. Cependant, la décroissance de vitesse angulaire vers la sphère externe évolue avec le forçage  $\Delta f$ . Celle-ci est de plus en plus progressive quand le forçage augmente, c'est-à-dire qu'elle débute plus loin de la sphère externe à l'intérieur de la coquille sphérique. Un modèle basé sur l'approche de Kleeorin et al. [1997] et adapté à nos conditions (voir section 3.3) permettra d'expliquer la forme des profils de vitesse angulaire dans la région géostrophique, c'est-à-dire le plateau de vitesse et la décroissance vers la sphère externe, ainsi que son évolution avec  $\Delta f$ .

Mais avant de passer à la description de ce modèle, revenons au profil numérique complet qui est en bon accord avec les profils expérimentaux. En effet, ces profils mettent bien en évidence deux régions du fluide : la région géostrophique et la région près de la graine où les effets du champ magnétique sont les plus forts et



**FIG. 3.14** - Représentations dans un demi-plan méridien des contours de vitesse angulaire (à gauche) et de la circulation de vitesse méridienne (à droite) pour  $E = 10^{-3}$ ,  $Ha = 10$ ,  $Pm = 10^{-3}$  et  $Ro = -0.1, -0.5, -0.9, -1.3, -1.7$  (de haut en bas). L'intervalle entre les contours de vitesse angulaire est de  $0.1\Delta f$  (où  $\Delta f$  est la fréquence de rotation de la graine dans le référentiel en rotation) (calculs P. Cardin).





**FIG. 3.15** - Profils de vitesse angulaire normalisés par  $\Delta V_{40}$  pour une fréquence de rotation globale  $f = 4.5$  Hz et différentes fréquences de rotation différentielle imposées  $\Delta f$  (identifiées par les divers symboles colorés). L'échelle de vitesse angulaire adimensionnée est donnée pour le profil de référence à  $\Delta f = 3.2$  Hz. Le profil en trait plein est obtenu avec le modèle numérique complet (calculs D. Jault) pour  $\Delta f = 0.4$  Hz et une conductivité électrique de la graine réduite d'un facteur 100.

entraînent une augmentation de la vitesse angulaire. Néanmoins cette zone est plus proche de la graine dans les expériences que pour le numérique. De plus, la décroissance de vitesse angulaire vers la sphère externe se fait de manière plus progressive expérimentalement, et ceci n'est donc pas représenté numériquement où la variation est beaucoup plus « raide ». Nous donnerons une explication à ceci avec le modèle développé dans la section suivante.

### 3.3 Modèle basé sur l'état de Taylor modifié

Sous l'effet d'une rotation rapide (faible nombre d'Ekman), l'écoulement est géostrophique, c'est-à-dire invariant suivant l'axe de rotation (théorème de Proudman-Taylor), et s'organise donc en cylindres concentriques, appelés cylindres géostrophiques. Dans le cas asymptotique  $E \rightarrow 0$ , Taylor [1963] a montré que le couple exercé par les forces de Lorentz sur les cylindres géostrophiques doit s'annuler puisqu'il n'y a pas de couple pouvant l'équilibrer. Cet état est maintenant nommé « état de Taylor ». Cependant si on considère un nombre d'Ekman non négligeable, les couches d'Ekman à la sphère externe doivent être prises en compte et ceci entraîne une modification de l'état de Taylor. En effet, les cylindres géostrophiques sont ralentis par le frottement visqueux dans ces couches d'Ekman à chacune de leurs

extrémités, et le couple résultant équilibre celui exercé par les forces de Lorentz. Cet état de Taylor modifié a été étudié par Kleeorin et al. [1997] qui ont montré que la vitesse angulaire du fluide est quasiment constante à l'intérieur de la coquille sphérique dans la région géostrophique avant de décroître vers l'équateur de la sphère externe au travers d'une couche appelée « Proudman magnétique ». Ceci est valable si on considère un faible nombre d'Elsasser  $\Lambda \ll 1$ . Nous allons reprendre cette approche et proposer une extension en prenant en compte le frottement turbulent dans les couches d'Ekman afin d'obtenir une meilleure comparaison avec les profils expérimentaux et ainsi mieux les expliquer.

### 3.3.1 Configuration du modèle

Par analogie avec l'expérience DTS, on considère un écoulement magnétohydrodynamique de Couette sphérique : un fluide avec une conductivité électrique  $\sigma$ , une densité  $\rho$  et une diffusivité magnétique  $\eta$  est compris entre deux sphères concentriques en rotation différentielle et est en présence d'un champ magnétique. La sphère externe de rayon  $r_o$  tourne à une vitesse angulaire  $\Omega$  et la graine de rayon  $r_i = 0.35r_o$  à une vitesse angulaire relative  $\Delta\Omega$  (voir Fig. 3.16). Le champ magnétique peut être décomposé comme la somme du champ dipolaire imposé  $\overline{B}$  et du champ induit  $b$  :

$$B = \overline{B} + R_m b, \quad (3.3)$$

avec la définition suivante du nombre de Reynolds magnétique  $R_m$  :

$$R_m = \frac{r_o^2 \Delta\Omega}{\eta}. \quad (3.4)$$

Les grandeurs caractéristiques de longueur, vitesse angulaire et champ magnétique sont respectivement  $r_o$ ,  $\Delta\Omega$  et  $B_o$ , où  $B_o$  est l'intensité du champ magnétique dipolaire à l'équateur de la sphère externe. On définit les nombres adimensionnels suivants (nombres d'Ekman, de Rossby et d'Elsasser) :

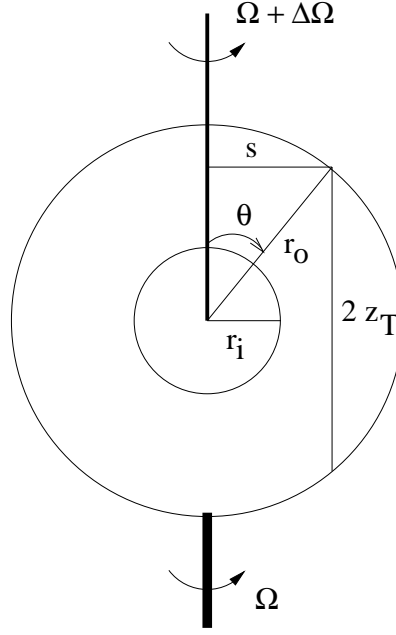
$$E = \frac{\nu}{\Omega r_o^2}, \quad Ro = \frac{\Delta\Omega}{\Omega} \quad \text{et} \quad \Lambda = \frac{\sigma B_o^2}{\rho \Omega}. \quad (3.5)$$

Pour définir l'état de Taylor modifié, on considère un cylindre géostrophique à un rayon cylindrique donné  $s$  et on décrit l'équilibre entre les couples en présence. En supposant négligeable le couple visqueux dans le volume, il nous reste le couple magnétique exercé par les forces de Lorentz et le couple visqueux résultant de la friction dans les couches d'Ekman à la sphère externe. Chacun de ces couples va être explicité par la suite, avant d'écrire l'équilibre et de déduire le profil radial de vitesse angulaire  $\Delta\omega(s)$ .

### 3.3.2 Couple magnétique

Le couple magnétique est le couple moteur exercé par les forces de Lorentz sur chacun des cylindres géostrophiques. Celui-ci s'écrit de manière générale :

$$d\Gamma_M(s) = 2\pi s^2 \tau_M(s) ds, \quad (3.6)$$



**FIG. 3.16** - *Configuration du modèle. On considère la région géostrophique où l'écoulement est organisé en cylindres concentriques alignés avec l'axe de rotation, de rayon cylindrique  $s$  et de hauteur  $2z_T$ .*

où  $\tau_M$  s'exprime de la façon suivante [Légaut, 2005, p. 109] :

$$\tau_M(s) = \int_{-z_T}^{z_T} (\vec{j} \wedge \vec{B})_\varphi dz = \frac{1}{s^2 \mu_0} \frac{\partial}{\partial s} \left( s^2 \int_{-z_T}^{z_T} \overline{B}_s b_\varphi dz \right), \quad (3.7)$$

avec  $z_T$  la demi-hauteur d'un cylindre géostrophique,  $\overline{B}_s$  la composante selon le rayon cylindrique  $s$  du champ magnétique dipolaire imposé et  $b_\varphi$  la composante toroïdale du champ magnétique induit. Celle-ci résulte du cisaillement des lignes de champ dipolaire : c'est l'effet Omega permettant la création d'un champ toroïdal à partir d'un champ poloïdal.

### Détermination de l'expression de $b_\varphi$

Dans le but d'écrire le couple magnétique en fonction de la vitesse angulaire du fluide  $\Delta\omega(s)$ , il nous faut exprimer  $b_\varphi$  en fonction de celle-ci. Pour cela, nous partons de l'équation d'induction (où on considère un écoulement stationnaire) :

$$\vec{\nabla} \wedge (\vec{u} \wedge \vec{B}) + \eta \vec{\nabla}^2 \vec{b} = \vec{0}. \quad (3.8)$$

En projetant sur la composante toroïdale, on obtient :

$$s \overline{B}_s \frac{d\Delta\omega(s)}{ds} + \eta \left[ \frac{1}{s} \frac{\partial}{\partial s} \left( s \frac{\partial b_\varphi}{\partial s} \right) + \frac{\partial^2 b_\varphi}{\partial z^2} \right] = 0. \quad (3.9)$$

Nous nous appuyons alors sur les travaux de Kleeorin et al. [1997, région équatoriale, p. 227 et suivantes] où ils déterminent une solution de cette équation, moyennant

quelques approximations. En effet, celle-ci est valable dans la couche « Proudman magnétique » dont l'épaisseur est supposée faible par rapport au rayon de la sphère externe ( $r_o - s \ll r_o$ ). Ceci implique que les dérivées selon  $s$  sont dominantes, et l'équation ci-dessus peut être approchée par :

$$s \overline{B}_s \frac{d\Delta\omega(s)}{ds} + \eta \frac{\partial^2 b_\varphi}{\partial s^2} = 0. \quad (3.10)$$

Kleeorin et al. [1997] ont alors introduit la fonction  $\phi$ , reliée à la vitesse angulaire du fluide  $\Delta\omega(s)$  par :

$$\frac{\partial \phi}{\partial s} = -\frac{s}{r_o^2} \frac{\Delta\omega(s)}{\Delta\Omega}. \quad (3.11)$$

Une solution de l'équation (3.10) est alors obtenue :

$$b_\varphi = R_m \overline{B}_s \phi, \quad (3.12)$$

où  $\phi$ , déterminée à une fonction de  $z$  près, est choisie telle que  $b_\varphi = 0$  à la sphère externe (en  $z = \sqrt{r_o^2 - s^2}$ ). L'expression suivante est alors déduite :

$$b_\varphi = R_m \overline{B}_s \left[ \phi(s) - \phi\left(\sqrt{r_o^2 - z^2}\right) \right]. \quad (3.13)$$

Tirant toujours profit de  $r_o - s \ll r_o$ , la forme approchée suivante pour  $\overline{B}_s$  est adoptée :

$$\overline{B}_s = \left( \frac{\partial \overline{B}_s}{\partial z} \right)_e z, \quad (3.14)$$

où la notation  $( )_e$  signifie à l'équateur de la sphère externe, c'est-à-dire  $(r_o, 0)$  en coordonnées cylindriques  $(s, z)$ .

Grâce à l'expression du champ dipolaire, on peut le calculer :

$$\overline{B}_s = 3B_o \frac{z}{r_o}. \quad (3.15)$$

Finalement, l'expression de  $b_\varphi$  est :

$$\boxed{b_\varphi = 3B_o R_m \frac{z}{r_o} \left[ \phi(s) - \phi\left(\sqrt{r_o^2 - z^2}\right) \right]}. \quad (3.16)$$

### Expression du couple magnétique

En remplaçant  $\overline{B}_s$  et  $b_\varphi$  par leurs expressions ci-dessus, on a :

$$\frac{1}{\mu_0} \int_{-z_T}^{z_T} \overline{B}_s b_\varphi dz = 9 \frac{\Lambda}{Ro} \rho \Delta \Omega^2 r_o^2 \int_{-z_T}^{z_T} \frac{z^2}{r_o^2} \left[ \phi(s) - \phi\left(\sqrt{r_o^2 - z^2}\right) \right] \frac{dz}{r_o}. \quad (3.17)$$

Afin de calculer cette intégrale, on effectue un changement de variable  $\kappa = \sqrt{r_o^2 - z^2}$  et après une intégration par partie, on obtient :

$$\frac{1}{\mu_0} \int_{-z_T}^{z_T} \overline{B}_s b_\varphi dz = -\frac{2}{3} 9 \frac{\Lambda}{Ro} \rho \Delta \Omega^2 r_o^2 \int_s^{r_o} \left( 1 - \frac{\kappa^2}{r_o^2} \right)^{3/2} \frac{d\phi}{d\kappa} d\kappa. \quad (3.18)$$

Avec le calcul ci-dessus et la relation (3.11), on peut déduire l'expression du couple magnétique :

$$d\Gamma_M(s) = 12\pi \frac{\Lambda}{Ro} \rho \Delta\Omega^2 r_o^5 \frac{ds}{r_o} \left(1 - \frac{s^2}{r_o^2}\right)^{3/2} \frac{s^3}{r_o^3} \frac{\Delta\omega^\dagger - \Delta\omega}{\Delta\Omega}, \quad (3.19)$$

où  $\Delta\omega^\dagger$  est la vitesse angulaire du fluide à l'intérieur de la coquille sphérique dans la région géostrophique avant d'atteindre la couche limite « Proudman magnétique ». On retrouve ici que le couple magnétique résulte du cisaillement des lignes de champ provoqué par la différence de rotation du fluide  $\Delta\omega^\dagger - \Delta\omega$ .

Cependant la valeur de  $\Delta\omega^\dagger$  n'est pas connue, il faut donc la déterminer. Pour cela, on écrit l'équilibre entre le couple magnétique dans la région géostrophique (intégrale en  $s$  de  $d\Gamma_M(s)$ ) et celui à la graine. Ce dernier est relié au cisaillement entre la graine et le fluide et peut s'exprimer de la manière suivante :

$$\Gamma_{Mi} = \gamma (\Delta\Omega - \Delta\omega^\dagger), \quad (3.20)$$

où  $\gamma$  est un paramètre lié à la conductivité électrique de la graine.

### 3.3.3 Couple visqueux dans les couches d'Ekman

Le couple visqueux résulte du frottement dans les couches d'Ekman à la sphère externe aux deux extrémités de chacun des cylindres géostrophiques et s'exprime de la façon suivante :

$$d\Gamma_V(s) = 4\pi s^2 \tau_V \frac{ds}{\cos\theta}, \quad (3.21)$$

où  $\theta$  est la colatitude et  $\tau_V$  la composante azimutale de la contrainte visqueuse.

On définit la vitesse de frottement  $u_\tau$  par :

$$\tau = \rho u_\tau^2, \quad (3.22)$$

où  $\rho$  est la densité et  $\tau$  la contrainte visqueuse. Or seule sa composante azimutale est prise en compte dans l'expression du couple visqueux ci-dessus. Avec un angle  $\alpha$  entre la direction de frottement à la sphère externe et la direction azimutale, on a :

$$\tau_V = \tau \cos\alpha. \quad (3.23)$$

On peut écrire  $\tau_V = \rho u_{\tau_V}^2$  et déduire l'expression de  $u_{\tau_V}$  :

$$u_{\tau_V} = u_\tau \sqrt{\cos\alpha}. \quad (3.24)$$

Par la suite, on va considérer la vitesse de frottement  $u_{\tau_V}$  adimensionnée par la vitesse azimutale du fluide  $s\Delta\omega$  :

$$u_{\tau_V} = s\Delta\omega u_* = r_o\Delta\Omega \frac{s}{r_o} \frac{\Delta\omega}{\Delta\Omega} u_*. \quad (3.25)$$

La composante azimutale de la contrainte visqueuse a donc pour expression :

$$\tau_V = \rho \Delta \Omega^2 r_o^2 \frac{s^2}{r_o^2} \frac{\Delta \omega^2}{\Delta \Omega^2} u_*^2, \quad (3.26)$$

où la dimension d'une contrainte  $\rho \Delta \Omega^2 r_o^2$  est mise en évidence dans cette expression. D'après la relation (3.21), on déduit alors le couple visqueux (dimension :  $\rho \Delta \Omega^2 r_o^5$ ) :

$$d\Gamma_V(s) = 4\pi \rho \Delta \Omega^2 r_o^5 \frac{ds}{r_o} \left(1 - \frac{s^2}{r_o^2}\right)^{-1/2} \frac{s^4}{r_o^4} \frac{\Delta \omega^2}{\Delta \Omega^2} u_*^2, \quad (3.27)$$

où on a remplacé  $\cos \theta$  par :

$$\cos \theta = \frac{\sqrt{r_o^2 - s^2}}{r_o} = \left(1 - \frac{s^2}{r_o^2}\right)^{1/2}. \quad (3.28)$$

### 3.3.4 Différents régimes d'écoulement

Le couple visqueux défini ci-dessus est fonction de la vitesse de frottement  $u_*$  qui dépend de la nature de l'écoulement dans les couches d'Ekman. Afin de déterminer si celui-ci est laminaire ou turbulent, on définit un nombre de Reynolds local  $Re$  basé sur la vitesse azimutale du fluide  $s\Delta\omega$  et l'épaisseur de la couche d'Ekman laminaire  $\delta_E = \sqrt{\nu/\Omega \cos \theta}$  :

$$Re = \frac{s\Delta\omega \delta_E}{\nu} = \frac{s\Delta\omega}{\sqrt{\nu\Omega \cos \theta}} = \frac{s\Delta\omega}{\sqrt{\nu\Omega}} \left(1 - \frac{s^2}{r_o^2}\right)^{-1/4}. \quad (3.29)$$

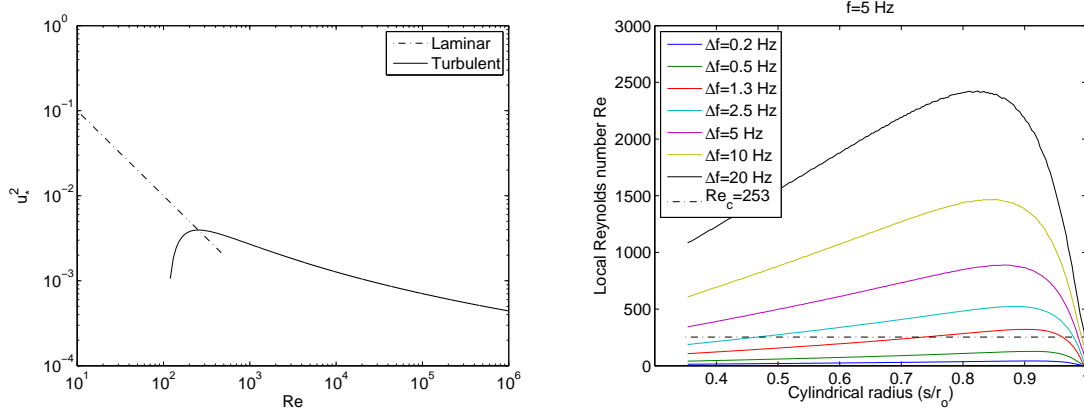
L'obtention de la vitesse de frottement est explicitée par la suite pour chacun des régimes, laminaire et turbulent. Son évolution avec le nombre de Reynolds local (voir Fig. 3.17 à gauche) nous permet d'obtenir la valeur critique entre ces deux régimes :  $Re_c \sim 253$ . Cette représentation peut paraître « trompeuse » du fait de l'adimensionnement de la vitesse de frottement par la vitesse azimutale du fluide. En effet, cette vitesse adimensionnée diminue quand  $Re$  augmente, mais bien entendu le frottement augmente avec le forçage, et d'autant plus vite que celui-ci devient intense et l'écoulement turbulent.

L'évolution du nombre de Reynolds local  $Re$  avec le rayon cylindrique  $s$  pour une fréquence de rotation globale  $f = 5$  Hz et différentes fréquences de rotation différentielle imposées  $\Delta f$  est représentée à droite de la figure Fig. 3.17. On remarque alors que l'écoulement dans les couches d'Ekman devient turbulent ( $Re > Re_c$ ) pour des forçages assez faibles ( $\Delta f \sim 3$  Hz). Nous verrons, en comparant avec les profils expérimentaux, que les forçages atteints correspondent tous à un régime turbulent.

#### Régime laminaire

Dans le régime laminaire, on peut calculer explicitement la contrainte visqueuse  $\tau_V$  à partir de la relation suivante :

$$\tau_V = \rho \nu \frac{s\Delta\omega}{\delta_E}, \quad (3.30)$$



**FIG. 3.17** - *A gauche : Représentation en coordonnées logarithmiques de l'évolution du carré de la vitesse de frottement  $u_*^2$  avec le nombre de Reynolds local  $Re$  dans les régimes laminaire et turbulent. L'intersection des deux courbes nous donne la valeur critique  $Re_c$  entre ces régimes. A droite : Evolution du nombre de Reynolds local  $Re$  avec le rayon cylindrique  $s$  pour une fréquence de rotation globale  $f = \Omega/2\pi = 5$  Hz et différentes fréquences de rotation différentielle imposées  $\Delta f = \Delta\Omega/2\pi$ . La ligne pointillée indique sa valeur critique  $Re_c$ .*

où  $\delta_E$  est l'épaisseur de la couche d'Ekman laminaire. On obtient alors :

$$\tau_V = \rho s \Delta\omega \sqrt{\nu\Omega \cos \theta} \quad (3.31)$$

D'après l'expression (3.26), on déduit le carré de la vitesse de frottement  $u_*^2$  :

$$u_*^2 = \frac{\sqrt{\nu\Omega \cos \theta}}{s \Delta\omega} = \frac{1}{Re}. \quad (3.32)$$

En remplaçant dans l'expression (3.27), on obtient le couple visqueux dans la couche d'Ekman laminaire :

$$d\Gamma_V(s) = 4\pi \frac{E^{1/2}}{Ro} \rho \Delta\Omega^2 r_o^5 \frac{ds}{r_o} \left(1 - \frac{s^2}{r_o^2}\right)^{-1/4} \frac{s^3}{r_o^3} \frac{\Delta\omega}{\Delta\Omega}. \quad (3.33)$$

D'après l'état de Taylor modifié, c'est-à-dire l'équilibre entre les couples magnétique (3.19) et visqueux (3.33), on déduit le profil radial de vitesse angulaire du fluide représenté sur la figure Fig. 3.19 (voir section 3.4 pour l'interprétation de ce profil) :

$$\Delta\omega(s) = \frac{\Delta\omega^\dagger}{1 + \frac{E^{1/2}}{6\Lambda} \left(1 - \frac{s^2}{r_o^2}\right)^{-7/4}}. \quad (3.34)$$

Cette expression dans le régime laminaire avait déjà été établie par Kleeorin et al. [1997].

### Régime turbulent

Dans le régime turbulent, une solution analytique de la vitesse de frottement ne peut pas être obtenue. Nous nous appuyons alors sur des travaux théoriques et des résultats de simulations numériques directes [Spalart, 1989]. La théorie de base consiste à considérer différentes régions dans la couche d'Ekman turbulente : la sous-couche visqueuse près de la paroi et la région externe de cette couche limite. Chacune d'elles a sa propre loi d'échelle. La région de raccordement entre ces deux domaines doit respecter ces deux lois d'échelle. Une équation reliant la vitesse de frottement au logarithme du nombre de Reynolds est alors déduite. Cette région est d'ailleurs communément appelée région logarithmique. La vitesse de frottement  $u_\tau$  adimensionnée par la vitesse azimutale du fluide est obtenue grâce à la résolution implicite de l'équation suivante (loi logarithmique) :

$$\frac{1}{u_\tau} \cos \phi^* + \frac{2}{K} \ln \frac{1}{u_\tau} = \frac{2}{K} \ln Re - \frac{1}{K} \ln 2 + B, \quad (3.35)$$

avec

$$\sin \phi^* = Au_\tau \quad \phi^* = \alpha + \frac{2C}{(Re u_\tau)^2}, \quad (3.36)$$

où  $\alpha$  est l'angle entre la direction de frottement à la sphère externe et la direction azimutale ;  $A = 5.4$ ,  $B = 0.26$ ,  $C = -52$  et  $K = 0.41$  sont des constantes.

### Un mot sur l'évolution de la vitesse à travers la couche d'Ekman

La vitesse d'écoulement doit s'annuler à la paroi. Ceci se fait au travers des couches limites, dont les couches d'Ekman sont un exemple pour les écoulements en présence de rotation. Dans un plan parallèle à la direction d'écoulement géostrophique, une composante de vitesse normale à cette direction apparaît dans la couche d'Ekman. L'évolution de ces deux composantes de vitesse décrit une spirale, appelée « spirale d'Ekman ». Les calculs menant à cette interprétation pourront être trouvés dans le livre de Tritton [1988, pp. 226-231].

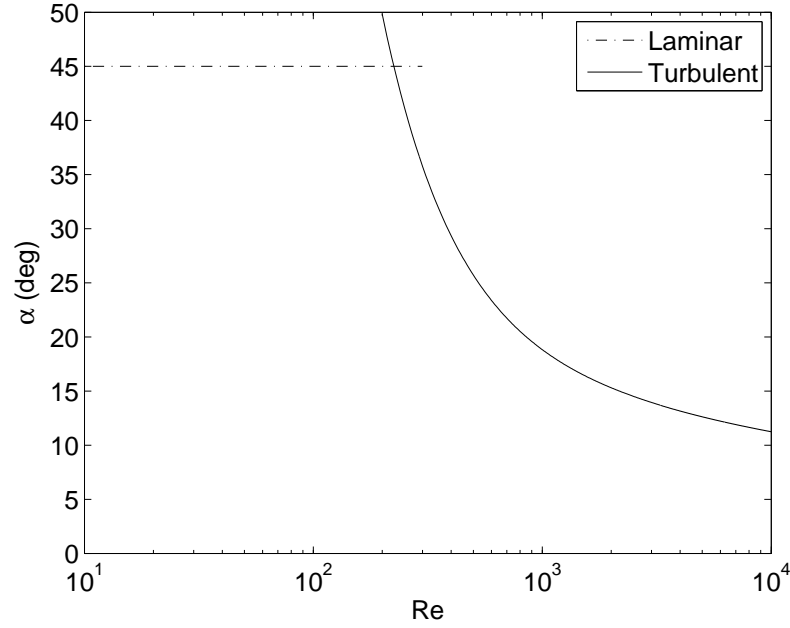
Dans le régime laminaire, la direction de la vitesse à la paroi fait un angle de  $45^\circ$  avec la direction de l'écoulement géostrophique. Cet angle correspond à l'angle  $\alpha$  défini ci-dessus. Pour le régime turbulent, celui-ci varie avec le nombre de Reynolds  $Re$  :  $\alpha$  diminue quand  $Re$  augmente (voir Fig. 3.18).

## 3.4 Résultats et comparaison avec DTS

### 3.4.1 Profil de vitesse angulaire

L'évolution de la vitesse angulaire du fluide  $\Delta\omega$  avec le rayon cylindrique  $s$  est représentée sur la figure Fig. 3.19 pour différentes fréquences de rotation différentielle imposées  $\Delta f$ . Tous les profils ont la même forme avec un plateau de vitesse à l'intérieur de la coquille sphérique et une décroissance de vitesse à l'approche de l'équateur de la sphère externe. Ce profil avait déjà été obtenu par Kleeorin



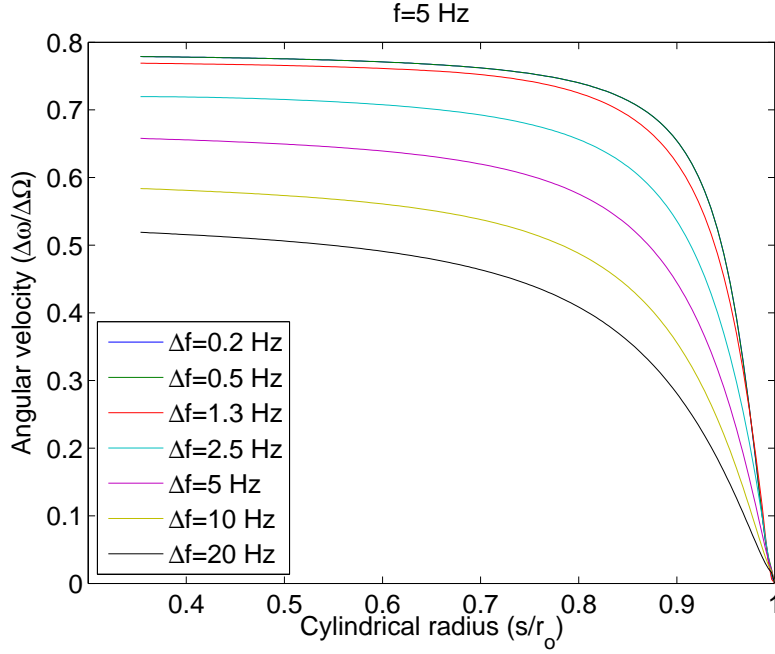


**FIG. 3.18** - Evolution, avec le nombre de Reynolds local  $Re$ , de l'angle  $\alpha$  entre la direction de frottement à la sphère externe et la direction azimutale (direction de l'écoulement géostrophique), dans les régimes laminaire et turbulent.

et al. [1997] dans le régime laminaire, mais on a ici en plus l'évolution de la couche « Proudman magnétique » avec les effets de la turbulence dans les couches d'Ekman.

Tout d'abord, revenons sur la forme générale de ce profil et son explication. Près de la graine (mais tout en restant dans la région géostrophique), le frottement dans les couches d'Ekman (et donc le couple visqueux) est faible et le champ magnétique dipolaire imposé est fort. Puisque le couple magnétique résulte du cisaillement des lignes de champ dipolaire, celui-ci doit être très faible afin de respecter l'équilibre entre les couples magnétique et visqueux. Ainsi la vitesse angulaire du fluide est quasiment constante (plateau). En s'approchant de la sphère externe, le frottement dans les couches d'Ekman augmente et le champ magnétique dipolaire imposé diminue. Donc, d'après l'état de Taylor modifié, le cisaillement doit augmenter, et par conséquent la vitesse angulaire décroît au travers de la couche « Proudman magnétique » pour s'annuler à la sphère externe. Cette description globale est valable quel que soit le régime (laminaire ou turbulent). Mais la friction étant plus importante dans les couches d'Ekman turbulentes que laminaires, le couple magnétique doit être également plus fort. Ainsi le cisaillement croît et l'épaisseur de la couche « Proudman magnétique » augmente avec le forçage  $\Delta f$ .

Afin de comparer ces profils avec ceux obtenus expérimentalement, on trace leur évolution en fonction de la distance le long du rai ultrasonore (voir Fig. 3.20 où deux forçages ont été représentés :  $\Delta f = 0.5$  Hz (laminaire) et  $\Delta f = 15$  Hz (turbulent)). Ces profils ont été normalisés afin d'avoir la même valeur maximale

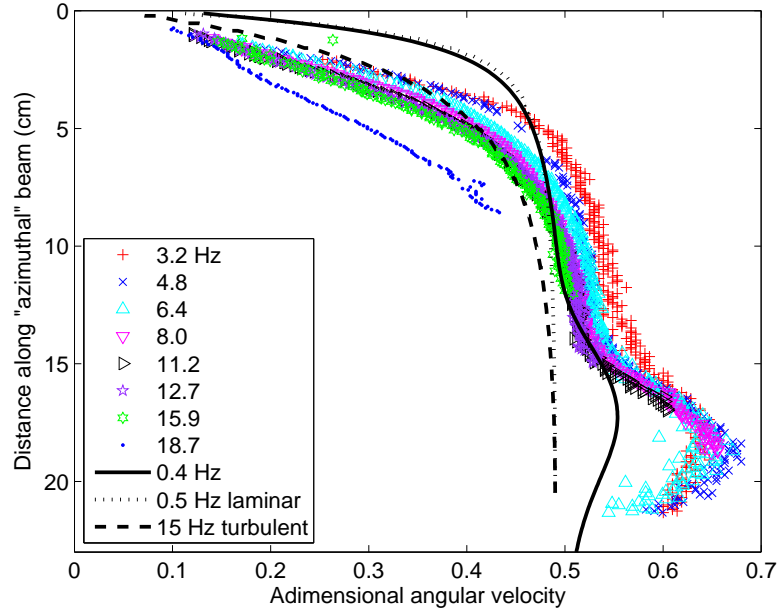


**FIG. 3.19** - Evolution de la vitesse angulaire du fluide  $\Delta\omega$  avec le rayon cylindrique  $s$  pour une fréquence de rotation globale  $f = 5$  Hz et différentes fréquences de rotation différentielle imposées  $\Delta f$ . Les deux premiers profils sont superposés et le régime est laminaire. Pour les forçages plus élevés, le régime est turbulent.

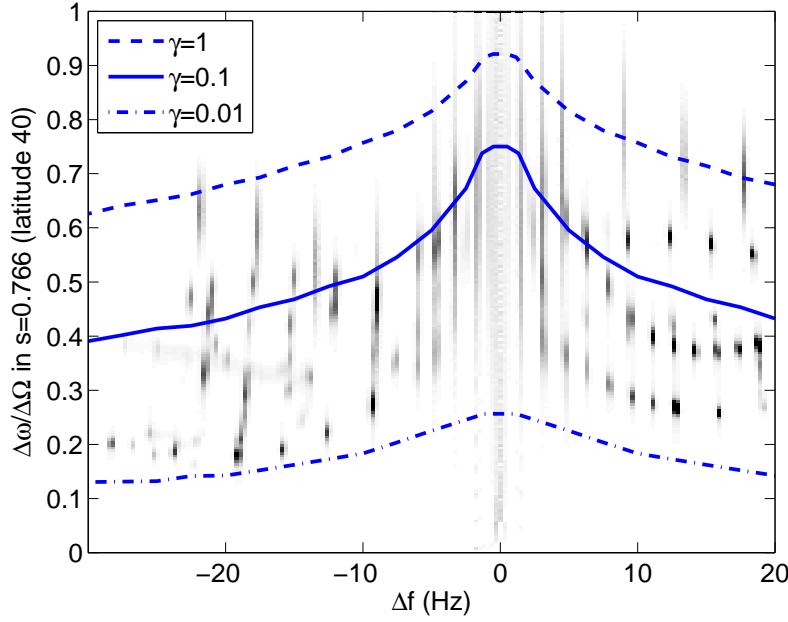
(sur le plateau). On note un bon accord sur la forme globale du profil, et notamment le frottement turbulent explique bien la pente plus faible observée sur les profils expérimentaux par rapport au profil numérique (laminaire). En effet les forçages atteints expérimentalement (même les plus faibles) correspondent tous à un régime turbulent.

### 3.4.2 Différence de potentiels électriques

On a vu que les mesures de différence de potentiels électriques peuvent être reliées à la vitesse angulaire du fluide. Afin de comparer les résultats du modèle avec celles-ci, on prend les vitesses calculées au rayon cylindrique correspondant à la latitude de ces mesures (ici  $40^\circ$ ) pour différentes fréquences de rotation différentielle imposées  $\Delta f$  (voir Fig. 3.21). La vitesse angulaire est indépendante de  $\Delta f$  pour les faibles forçages correspondant au régime laminaire, puis diminue pour des forçages plus élevés (régime turbulent). Les calculs présentés jusqu'ici avaient été effectués pour une valeur fixée de  $\gamma$  (relié à la conductivité électrique de la graine). On a ici fait varier ce paramètre afin d'imiter les variations de couplage électrique entre le sodium liquide et la graine responsables de la dispersion des mesures de différence de potentiels électriques. Une conductivité réduite d'un facteur 100 explique cette dispersion. On retrouve ainsi le résultat obtenu numériquement avec les profils de vitesse calculés pour différentes valeurs de conductivité de la graine (voir Fig. 3.9).



**FIG. 3.20** - Profils de vitesse angulaire normalisés par  $\Delta V_{40}$  pour une fréquence de rotation globale  $f = 4.5$  Hz et différentes fréquences de rotation différentielle imposées  $\Delta f$  (identifiées par les divers symboles colorés). L'échelle de vitesse angulaire adimensionnée est donnée pour le profil de référence à  $\Delta f = 3.2$  Hz. Le profil en trait plein est obtenu avec le modèle numérique complet (calculs D. Jault), pour  $\Delta f = 0.4$  Hz. Et les deux autres profils sont le résultat du modèle basé sur l'état de Taylor modifié, valable uniquement dans la région géostrophique (entre  $d = 0$  et 10 cm environ) : le régime laminaire ( $\Delta f = 0.5$  Hz) en pointillés et le régime turbulent ( $\Delta f = 15$  Hz) en tirets. Ces profils ont été normalisés afin d'avoir la même valeur maximale (sur le plateau).



**FIG. 3.21** - Evolution de la vitesse angulaire en  $s = 0.766$  (correspondant à la latitude  $40^\circ$ ) avec la fréquence de rotation différentielle imposée  $\Delta f$ , pour une fréquence de rotation globale  $f = 5$  Hz et trois valeurs de  $\gamma$  (paramètre relié à la conductivité électrique de la graine). Ces résultats sont comparés aux vitesses angulaires déduites des mesures de différence de potentiels électriques à  $40^\circ$  de latitude Nord  $\Delta V_{40}$ .

### 3.4.3 Puissance dissipée

Les couples magnétique  $\Gamma_M$  (moteur) et visqueux  $\Gamma_V$  (résistant) ayant été calculés, on peut facilement déduire la puissance dissipée totale avec la relation suivante :

$$P = -\Gamma_V \Omega + \Gamma_M (\Omega + \Delta\Omega). \quad (3.37)$$

Le 1<sup>er</sup> terme résulte du couple visqueux dans les couches d'Ekman à la sphère externe (ayant une vitesse de rotation  $\Omega$ ), et le 2<sup>nd</sup> du couple magnétique à la graine (ayant une vitesse de rotation  $\Omega + \Delta\Omega$ ). Rappelons que ce dernier ( $\Gamma_{Mi}$ ) est égal au couple magnétique dans la région géostrophique  $\Gamma_M$ .

Etant donné l'équilibre entre les couples magnétique et visqueux ( $\Gamma_M = \Gamma_V$ ), on déduit :

$$P = \Gamma_M \Delta\Omega. \quad (3.38)$$

Si on remplace l'expression du couple magnétique dans la région géostrophique  $\Gamma_M$  par celle du couple magnétique à la graine  $\Gamma_{Mi}$  (voir équation 3.20), on obtient :

$$P = \gamma \Delta\Omega^2 \left( 1 - \frac{\Delta\omega^\dagger}{\Delta\Omega} \right). \quad (3.39)$$

De cette expression, on peut immédiatement déduire que la puissance dissipée varie comme  $\Delta\Omega^n$  avec une valeur de  $n$  comprise entre 2 et 3. Son évolution avec

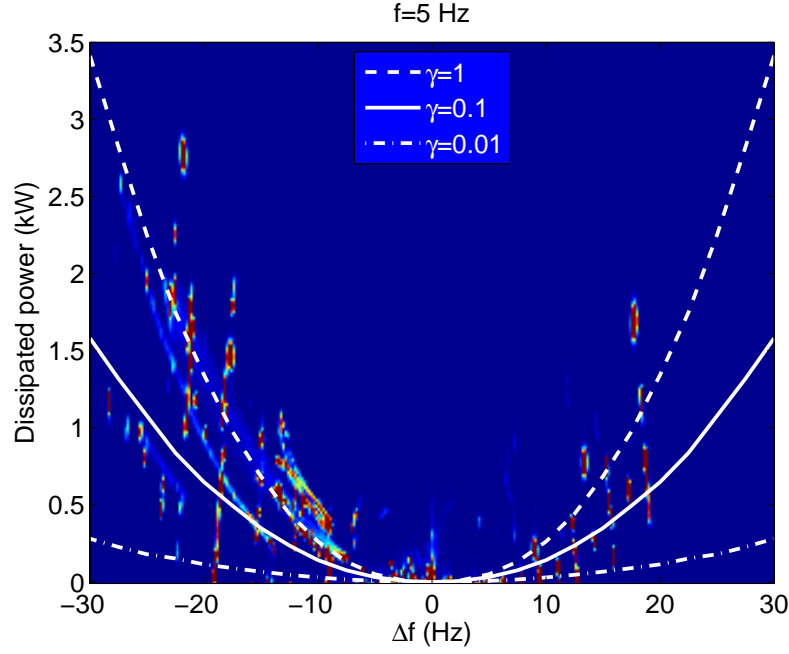
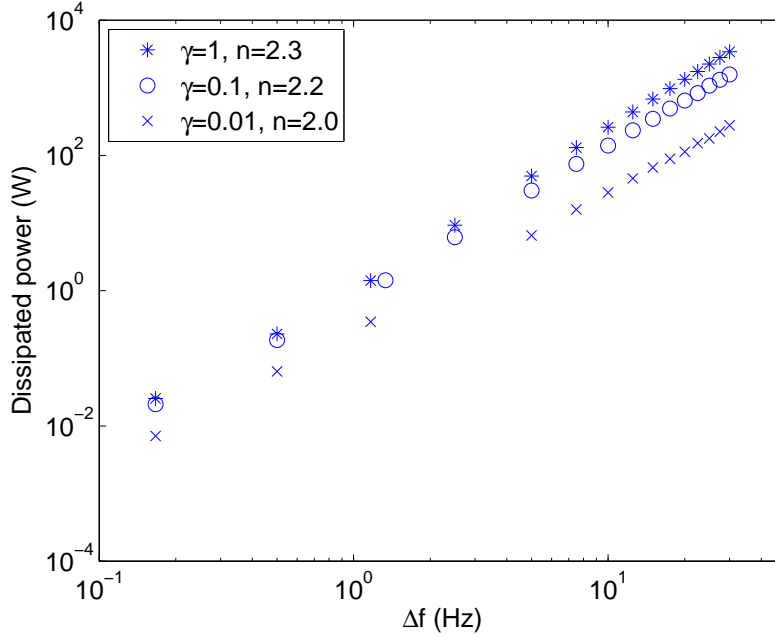


FIG. 3.22 - Evolution de la puissance dissipée avec la fréquence de rotation différentielle imposée  $\Delta f$ , pour une fréquence de rotation globale  $f = 5$  Hz et trois valeurs de  $\gamma$  (paramètre relié à la conductivité électrique de la graine). Ces résultats sont comparés aux mesures expérimentales.

la fréquence de rotation différentielle imposée  $\Delta f$  est représentée sur la figure Fig. 3.22. L'influence du paramètre  $\gamma$  est également décrite sur cette figure. Afin de déterminer la valeur de l'exposant  $n$ , les coordonnées logarithmiques sont plus adaptées (voir Fig. 3.23). Celle-ci est effectivement comprise entre 2 et 3, et dépend de la valeur de  $\gamma$ . Ce paramètre a une forte influence sur l'amplitude de la puissance dissipée. Par exemple, pour  $\Delta f = 20$  Hz, elle varie de 0.6 kW à 1.3 kW lors de l'augmentation d'un facteur 10 sur  $\gamma$  (voir Fig. 3.22).

D'autre part, la comparaison avec des mesures expérimentales peut être effectuée. En effet, la mesure des couples fournis par chacune des sphères en rotation permet de déduire la puissance dissipée. Celle-ci peut atteindre une valeur de 2.8 kW pour  $\Delta f = 20$  Hz. Mais la dispersion des mesures montre la forte dépendance avec l'efficacité du couplage électrique (équivalent du paramètre  $\gamma$  utilisé dans le modèle). Ceci avait déjà été mis en évidence sur les mesures de différence de potentiels électriques (voir Fig. 3.21). Les valeurs les plus élevées sur ces mesures correspondent aux plus fortes valeurs de dissipation. Cependant, alors que le modèle avait un bon accord avec ces premières mesures, il ne reproduit pas les mesures de dissipation. On peut alors se demander si une partie de la puissance dissipée n'est pas omise par notre calcul.



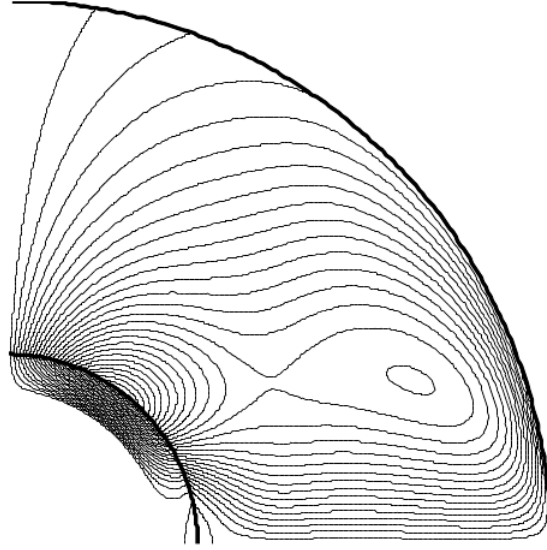
**FIG. 3.23** - Représentation en coordonnées logarithmiques de l'évolution de la puissance dissipée avec la fréquence de rotation différentielle imposée  $\Delta f$ , pour une fréquence de rotation globale  $f = 5$  Hz et trois valeurs de  $\gamma$  (paramètre relié à la conductivité électrique de la graine) indiquées dans la légende. La valeur de la pente de la droite (en log-log), c'est-à-dire de l'exposant dans l'expression  $P \sim \Delta f^n$ , est également indiquée.

### 3.4.4 Champ magnétique induit toroïdal

Au premier abord, on aurait pu penser que le champ magnétique induit toroïdal serait maximal là où le champ dipolaire imposé est le plus fort, c'est-à-dire près de la graine tout en restant dans la région géostrophique. Mais ce champ induit étant lié au cisaillement, il existe où celui-ci est présent. Or on a vu ci-dessus que le cisaillement est très faible dans la partie centrale de la coquille sphérique (où on a un plateau de vitesse angulaire du fluide) et augmente quand s'approche la sphère externe dans la couche « Proudman magnétique ». C'est donc à cet endroit que le champ magnétique induit toroïdal doit être maximal.

Cependant, d'après son expression (3.13), on obtient une évolution croissante de celui-ci jusqu'au cœur du fluide, ce qui est contraire avec le fait d'avoir un faible couple magnétique (résultant d'un faible cisaillement). Ceci est dû à l'approximation effectuée selon laquelle l'épaisseur de la couche « Proudman magnétique » est supposée faible par rapport au rayon de la sphère externe. L'expression établie est donc seulement valable à l'intérieur de cette couche, mais le calcul du couple magnétique est tout de même correct. En effet, on a bien des faibles valeurs en dehors de la couche « Proudman magnétique » impliquant une vitesse angulaire quasiment constante dans cette région.

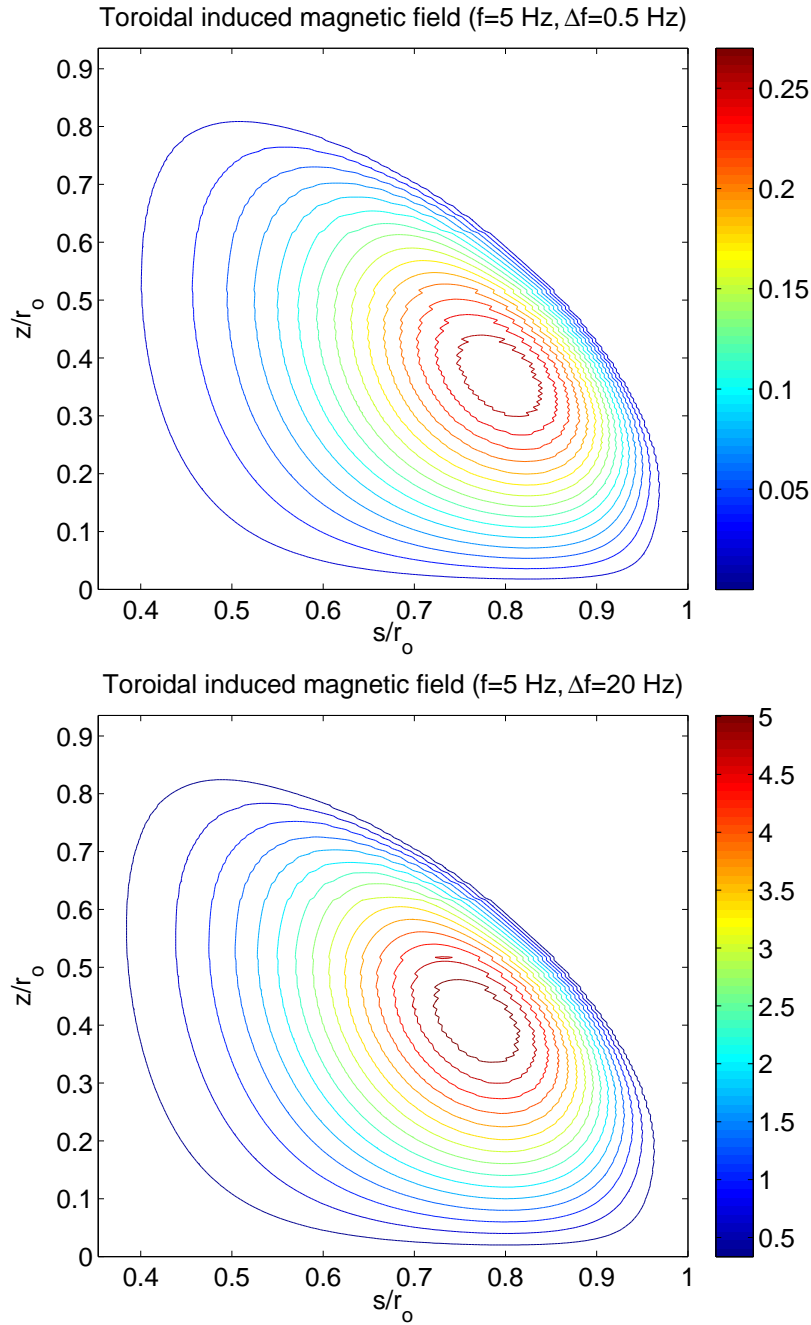
Afin de représenter le champ magnétique induit toroïdal  $b_\varphi$  dans toute la région



**FIG. 3.24** - *Modèle numérique complet : représentation dans un demi-plan méridien des contours de champ magnétique induit toroïdal pour une fréquence de rotation globale  $f = 5$  Hz et une fréquence de rotation différentielle  $\Delta f = 0.4$  Hz. La valeur maximale dans la région géostrophique est de  $0.15$  mT en  $s = 0.746$  et  $z = 0.304$  (calculs D. Jault).*

géostrophique, on tente d'adapter l'expression approchée discutée ci-dessus. Pour cela, on s'appuie sur les résultats de calculs numériques complets (voir Fig. 3.24). Le maximum principal de  $b_\varphi$  se situe près de la graine, mais un maximum secondaire existe à l'intérieur de la région géostrophique. C'est donc celui-ci qui nous intéresse car notre modèle n'est valable que dans cette région. La multiplication de notre expression de  $b_\varphi$  par un facteur  $s^6$  permet d'obtenir la « bonne » localisation de son maximum (voir Fig. 3.25). Avec l'augmentation du forçage  $\Delta f$ , le régime devient turbulent et le maximum de  $b_\varphi$  se déplace (voir Fig. 3.25 et Tab. 3.1). Ceci est en accord avec l'épaississement de la couche « Proudman magnétique » mis en évidence sur les profils de vitesse angulaire (voir Fig. 3.19). D'autre part, l'évolution de l'amplitude maximale du champ magnétique induit toroïdal avec le forçage est représentée sur la figure Fig. 3.26. Celle-ci varie moins vite que le forçage, du fait de la baisse de la vitesse angulaire du fluide (voir Fig. 3.21).

Malheureusement la comparaison avec des mesures expérimentales n'est pas possible pour le moment. Cependant le dispositif de mesures du champ magnétique à l'intérieur de la coquille sphérique a été récemment développé et les premiers résultats ont pu être obtenus en octobre 2008, mais avec la sphère externe au repos (voir section 4.4). Dans ce cas, l'amplitude mesurée est beaucoup plus élevée. On peut supposer que ceci restera vrai avec rotation globale et que les prédictions du modèle tendent à la sous-estimer. Cependant, étant données les approximations effectuées pour obtenir ce champ magnétique induit toroïdal, on ne peut pas vraiment tirer de conclusions sur l'amplitude de celui-ci.

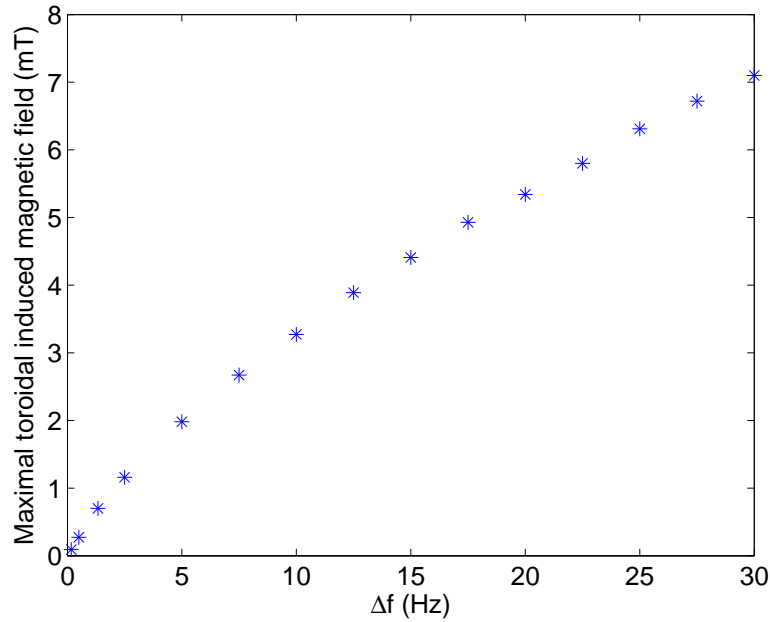


**FIG. 3.25** - Représentation dans un demi-plan méridien des contours de champ magnétique induit toroïdal pour une fréquence de rotation globale  $f = 5$  Hz et une fréquence de rotation différentielle  $\Delta f = 0.5$  Hz (en haut) et  $\Delta f = 20$  Hz (en bas). L'échelle de couleurs indique l'amplitude de ce champ en mT. L'amplitude maximale est de 0.27 mT en  $s = 0.802$  et  $z = 0.357$  pour  $\Delta f = 0.5$  Hz (en haut), et de 5.34 mT en  $s = 0.776$  et  $z = 0.404$  pour  $\Delta f = 20$  Hz (en bas) (résultats du modèle basé sur l'état de Taylor modifié).



$\Delta f$ (Hz)	$\max(b_\varphi)$ (mT)	$s/r_o$ où $\max(b_\varphi)$	$z/r_o$ où $\max(b_\varphi)$
0.5	0.27	0.802	0.357
2.5	1.16	0.785	0.39
10	3.27	0.782	0.39
20	5.34	0.776	0.404
30	7.1	0.769	0.418

**TAB. 3.1** - Amplitude et localisation du maximum de champ magnétique induit toroïdal  $b_\varphi$  pour différentes valeurs du forçage  $\Delta f$  (résultats du modèle basé sur l'état de Taylor modifié).



**FIG. 3.26** - Evolution du maximum de champ magnétique induit toroïdal  $b_\varphi$  avec le forçage  $\Delta f$  (résultats du modèle basé sur l'état de Taylor modifié).

## 3.5 Conclusion

Nous avons décrit dans ce chapitre les résultats expérimentaux obtenus avec DTS en présence de rotation globale. Puis nous avons présenté un modèle, basé sur l'état de Taylor modifié, permettant de mieux comprendre la forme caractéristique des profils de vitesse angulaire dans la région géostrophique. Celui-ci s'appuie sur l'approche de Kleeorin et al. [1997] et est adapté à nos conditions en prenant en compte le frottement turbulent dans les couches d'Ekman. Ce modèle consiste à considérer un équilibre de couples : d'une part, le couple magnétique exercé par les forces de Lorentz sur chacun des cylindres géostrophiques ; et d'autre part, le couple visqueux résultant du frottement dans les couches d'Ekman à la sphère externe. De cet équilibre, les profils de vitesse angulaire, ainsi que leur évolution avec le forçage  $\Delta f$ , sont obtenus et montrent un bon accord avec les profils expérimentaux. D'autres grandeurs sont déduites et comparées avec les valeurs expérimentales, notamment la puissance dissipée. Celle-ci est plutôt sous-estimée dans le modèle par rapport à l'expérience.

Cependant, ce modèle possède quelques limites. L'expression du champ magnétique induit toroïdal  $b_\varphi$  n'est pas totalement satisfaisante, et empêche alors de tirer de réelles conclusions sur les valeurs calculées de l'amplitude de  $b_\varphi$ . De celles-ci, on pourrait déduire les courants électriques méridionaux et obtenir une estimation de la puissance dissipée par effet Joule. D'autre part, le couple magnétique à la sphère externe n'a pas été pris en compte. Or les courants électriques circulant dans la couche limite d'Ekman-Hartmann pourraient être non négligeables, notamment lors de l'augmentation du forçage. La dissipation liée à ces courants expliquerait peut-être la sous-estimation constatée des valeurs de puissance dissipée par rapport à l'expérience.

L'analyse des mesures effectuées sur DTS a été « gênée », dans un premier temps, par les valeurs très différentes pouvant être obtenues pour un même forçage  $\Delta f$ . Nous pensons que ceci est dû à des variations de couplage électrique entre le sodium liquide et la graine en cuivre. L'utilisation de la différence de potentiels électriques à  $40^\circ$  de latitude Nord  $\Delta V_{40}$ , comme équivalent de la vitesse du fluide à la place de  $\Delta f$ , s'est alors révélée concluante dans la mise à l'échelle des diverses mesures. Ceci nous a permis de mettre en évidence un régime particulier sur les mesures de champ magnétique induit. Sur une fenêtre très étroite en  $\Delta V_{40}$ , celui-ci atteint de fortes amplitudes. Avec l'aide de calculs numériques, on a interprété l'existence de ce « pic » par le passage sous la sonde de la jonction entre les deux cellules de circulation méridienne. Même si des mesures de vitesses radiales à une latitude différente de celle du champ magnétique induit semblent corroborer cette migration du « pic » en latitude, des mesures complémentaires de champ magnétique seront plus adaptées pour confirmer cette idée. Ceci sera réalisable prochainement grâce à un ensemble de capteurs disposé tout le long d'un méridien et déjà testé dans le cas où la sphère externe est au repos (voir section 4.3).



# Chapitre 4

## Sphère externe au repos

### 4.1 Introduction

Après avoir décrit les résultats expérimentaux obtenus en présence de rotation globale, c'est-à-dire quand la sphère externe est en rotation, nous allons nous intéresser au cas où celle-ci est au repos. Comme dans le chapitre précédent, nous étudierons l'évolution des différentes mesures effectuées avec la fréquence de rotation différentielle  $\Delta f$ , qui correspond ici à la fréquence de rotation de la graine étant donné que la sphère externe est au repos. Cependant, les variations de couplage électrique entre le sodium liquide et la graine en cuivre nous avaient amenés à utiliser  $\Delta V_{40}$  (différence de potentiels électriques à 40° de latitude Nord) comme équivalent de la vitesse du fluide, plutôt que  $\Delta f$ , afin d'obtenir une bonne mise à l'échelle des diverses mesures.

Mais lors de la campagne de mesures réalisée en mai 2008, le couplage électrique est resté très bon et stable sans que l'on sache vraiment pourquoi... ou pourquoi il variait beaucoup lors des précédentes campagnes de mesures ? La fréquence angulaire du fluide  $\Delta f_{\text{fluid}}/\Delta f$  (déduite des mesures de  $\Delta V_{40}$ ) et la puissance dissipée sont représentées sur la figure Fig. 4.1 en fonction de la fréquence de rotation de la graine  $\Delta f$ . La stabilité de ces mesures, indiquant un bon couplage électrique, est à comparer avec la variabilité des mesures précédentes où le couplage était médiocre (voir Fig. 3.7 et Fig. 3.22). Nous analyserons donc plus particulièrement les résultats de cette campagne, notamment pour les profils de vitesse angulaire. En effet, la stabilité du couplage électrique permet un adimensionnement de ces profils par la fréquence de rotation de la graine  $\Delta f$ , et ainsi de tirer des conclusions sur la présence de super-rotation par exemple.

De plus, un nouveau dispositif de mesures magnétiques avait été mis en place à cette date. Celui-ci permet d'obtenir une description de l'évolution du champ magnétique induit avec la latitude grâce à un ensemble de capteurs répartis le long d'un méridien, alors que précédemment seule une latitude était considérée. Une large partie de ce chapitre sera donc consacrée à l'analyse de ces mesures.

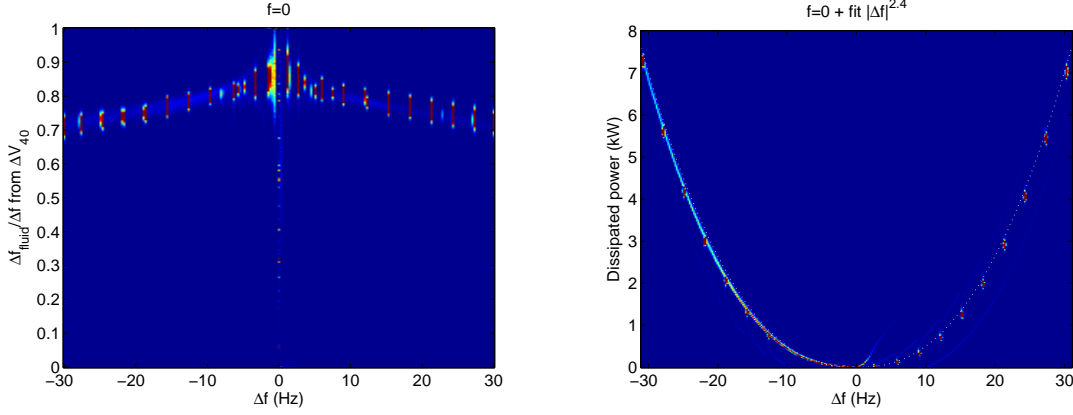


FIG. 4.1 - *A gauche : Evolution de la fréquence angulaire du fluide  $\Delta f_{\text{fluid}}/\Delta f$  adimensionnée par la fréquence de rotation de la graine  $\Delta f$ , dans le cas où la sphère externe est au repos ( $f = 0$ ).  $\Delta f_{\text{fluid}}$  a été déduite des mesures de différence de potentiels électriques à  $40^\circ$  de latitude Nord  $\Delta V_{40}$  - A droite : Evolution de la puissance dissipée avec  $\Delta f$  où un fit en  $\Delta f^{2.4}$  est ajouté. La stabilité de ces mesures est remarquable et est à comparer avec la variabilité des mesures précédentes (voir Fig. 3.7 et Fig. 3.22 dans le cas  $f \neq 0$ ). Les valeurs plus élevées sont également à noter.*

## 4.2 Profil de vitesse angulaire

Dans cette section, nous étudierons l'évolution des profils de vitesse angulaire avec la fréquence de rotation de la graine  $\Delta f$ . Puis nous confronterons ces résultats avec le cas  $f \neq 0$  (avec rotation globale). Et enfin, nous les comparerons à ceux obtenus dans une expérience de configuration similaire à DTS mais en eau et sans champ magnétique (DTO).

### 4.2.1 Evolution avec la fréquence de rotation de la graine

La vitesse du fluide est mesurée directement grâce à la technique de vélocimétrie Doppler ultrasonore (voir section 2.3.1). Pour les mesures « azimutales », la trajectoire du rai ultrasonore est indiquée sur la figure Fig. 2.4. De plus, on a montré que la composante de la vitesse mesurée est proportionnelle à la fréquence angulaire du fluide (voir équation 2.2). Plusieurs profils de vitesse sont représentés sur la figure Fig. 4.2 pour différentes fréquences de rotation de la graine  $\Delta f$ . En autorisant l'aliasing lors de l'acquisition, puis en reconstituant les profils après traitement, une amplitude de vitesse pouvant atteindre  $8 \text{ m.s}^{-1}$  a pu être obtenue. D'autre part, l'aliasing a également permis d'enregistrer des profils sur la totalité du trajet ultrasonore. En effet, la fréquence d'émission d'ultrasons requise pour mesurer à une distance éloignée doit être faible, ce qui entraîne une vitesse maximale directement mesurable assez faible. Les vitesses supérieures à cette vitesse maximale sont alors déduites par « dépliement » des profils a posteriori.

La distance le long du rai ultrasonore vaut 0 au niveau de la sonde à la sphère externe et environ 188 mm (c'est-à-dire  $s \approx 79 \text{ mm}$ ) lorsqu'il passe au plus proche

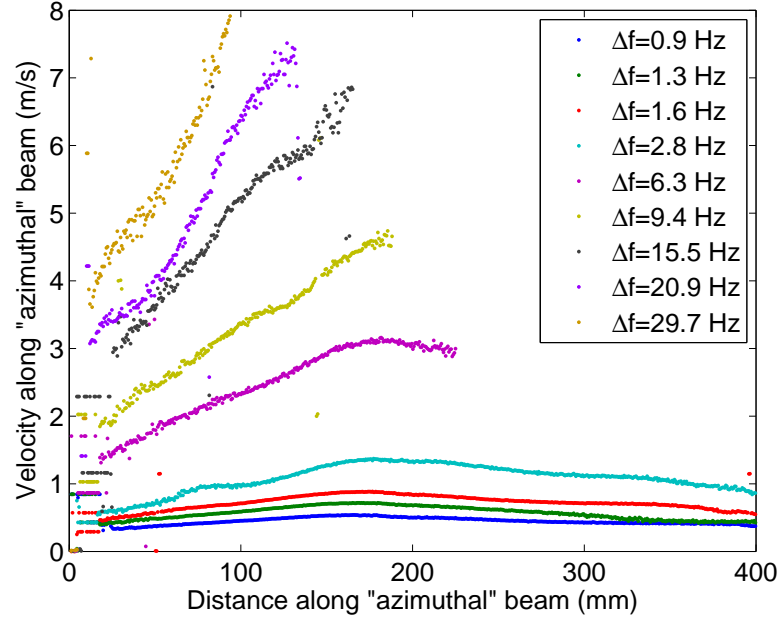


FIG. 4.2 - Profils de vitesse le long du rai ultrasonore « azimuthal » pour différentes fréquences de rotation de la graine  $\Delta f$ .

de la graine. La vitesse mesurée est maximale près de la graine (voir Fig. 4.2). Afin de comparer son amplitude à la vitesse de rotation de la graine, on adimensionne la fréquence angulaire du fluide (déduite de la vitesse mesurée avec l'équation 2.2) par la fréquence de rotation de la graine  $\Delta f$  (voir Fig. 4.3). Une valeur supérieure à 1 indique que le fluide a une vitesse angulaire plus élevée que la graine : on parle alors de super-rotation. Celle-ci est présente pour la quasi-totalité des profils représentés pour différentes fréquences de rotation de la graine  $\Delta f$ . On note que la zone de super-rotation est plus étendue et intense lorsque  $\Delta f$  est faible. La vitesse du fluide peut atteindre une vitesse 30% supérieure à celle de la graine pour  $\Delta f = 0.9$  Hz. De plus, le maximum de vitesse angulaire se rapproche de la graine quand le forçage  $\Delta f$  augmente. Ceci semble en accord avec les résultats numériques du modèle non linéaire de Hollerbach et al. [2007], même si les paramètres ne sont pas identiques à DTS (voir Fig. 3.4 dans la section 3.1).

#### 4.2.2 Comparaison avec le cas $f \neq 0$

Dans le cas  $f \neq 0$ , les profils de vitesse angulaire mettaient en évidence deux régions du fluide : la région géostrophique où les effets de la rotation globale dominent, et une zone près de la graine où les effets du champ magnétique sont prépondérants et la super-rotation est présente. Celle-ci n'avait pu être observée expérimentalement du fait d'un mauvais couplage électrique entre le sodium liquide et la graine, mais une augmentation de la vitesse angulaire était tout de même notable près de la graine.

Quant au cas  $f = 0$ , les profils ne sont pas si différents, avec la présence de super-

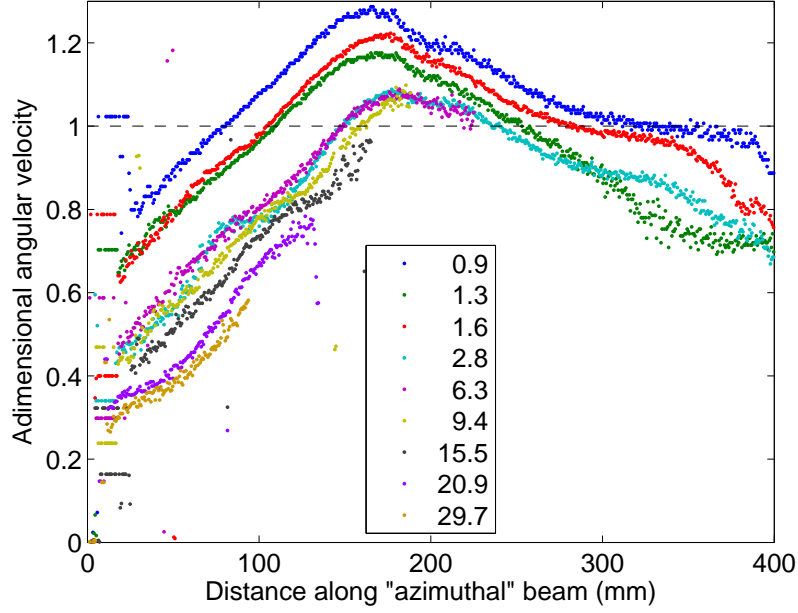


FIG. 4.3 - Profils de vitesse angulaire adimensionnée par  $\Delta f$  pour différentes fréquences de rotation de la graine  $\Delta f$  (valeurs indiquées en Hz dans la légende identique à celle de la figure Fig. 4.2).

rotation près de la graine, observable cette fois-ci grâce à un bon couplage. Les résultats numériques de modèle linéaire montrent au contraire une super-rotation située près de la sphère externe. Ce désaccord avec les résultats expérimentaux a ensuite été soulevé par des calculs non linéaires [Hollerbach et al., 2007]. Mais on peut également expliquer ceci en étant guidé par les résultats avec rotation globale. Quand la sphère externe est au repos (cas  $f = 0$ ), la rotation propre du fluide peut jouer le rôle de la rotation globale, et on obtient ainsi un équilibre des forces identique au cas  $f \neq 0$ . Par conséquent, la zone de super-rotation se situe également près de la graine. Cependant, il n'existe pas de région géostrophique où la vitesse angulaire est quasiment constante, mais plutôt une zone où celle-ci croît avant d'atteindre la zone de super-rotation.

### 4.2.3 Comparaison avec DTO

La présence de super-rotation identifiée ci-dessus est observée en présence d'un champ magnétique dipolaire imposé. Afin de comparer les effets, prenons une expérience similaire à DTS, mais en eau et sans champ magnétique (DTO, voir annexe A). Dans cette expérience, des mesures de vitesses « azimuthales » sont également effectuées mais pas selon la même trajectoire. On traduit donc la distance le long du rai ultrasonore en rayon cylindrique  $s$  afin de pouvoir comparer les deux situations (avec et sans champ magnétique). Les profils radiaux de vitesse angulaire adimensionnée sont représentés sur la figure Fig. 4.4 pour chacune de ces expériences (voir annexe B pour l'expression de la vitesse angulaire dans DTO). Leur taille n'étant

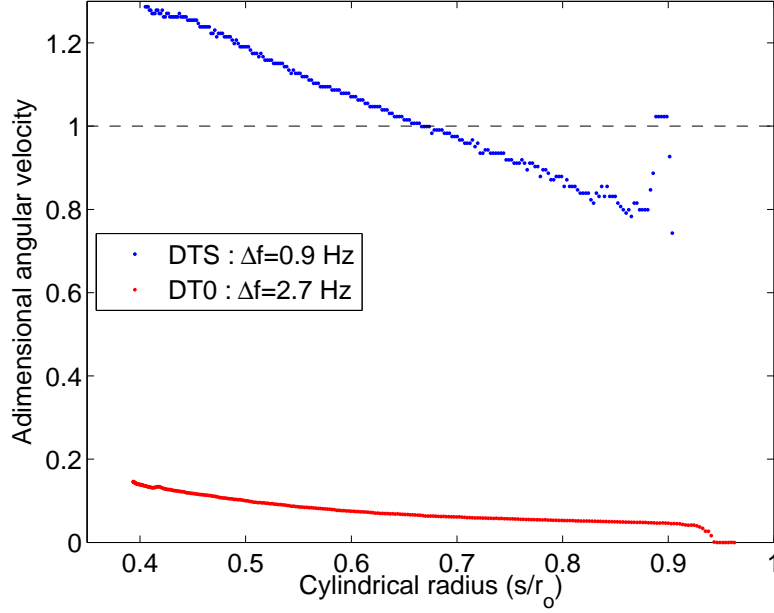


FIG. 4.4 - Profil radial (selon le rayon cylindrique  $s$ ) de la vitesse angulaire adimensionnée par  $\Delta f$  pour DTS et son analogue DTO en eau et sans champ magnétique. Cette expérience étant plus petite, la comparaison se fait pour un même nombre de Reynolds  $Re \sim 10^5$  impliquant des fréquences de rotation de la graine  $\Delta f$  différentes (indiquées dans la légende).

pas identique, la comparaison se fait pour un même nombre de Reynolds  $Re \sim 10^5$  impliquant des fréquences de rotation de la graine  $\Delta f$  différentes. L'amplitude des vitesses angulaires est bien plus grande en présence de champ magnétique, montrant un bon entraînement du fluide. Ceci indique donc que le couplage magnétique dans DTS est bien plus efficace que le couplage visqueux dans DTO.

## 4.3 Champ magnétique induit à l'extérieur de la sphère

### 4.3.1 Rappel sur les mesures effectuées

Dans le cas où la sphère est au repos, le champ magnétique a été mesuré à  $50^\circ$  de latitude Nord à l'extérieur de la sphère dans le référentiel du laboratoire comme précédemment (dans le cas avec rotation globale), mais également le long d'un méridien grâce à des nappes de capteurs collées à la surface de la sphère. Chaque nappe contient 5 cellules où une mesure radiale et deux mesures tangentielles sont effectuées en chacune d'elles. 4 nappes sont nécessaires pour décrire le méridien de  $-56^\circ$  à  $+56^\circ$  de latitude environ, ce qui nous permet d'obtenir 20 points de mesure distants de  $5.8^\circ$ . Les capteurs utilisés sont des capteurs GMR (Giant Magneto-Resistance) de type AA005. L'amplitude maximale pouvant être mesurée est de 10 mT ; néan-



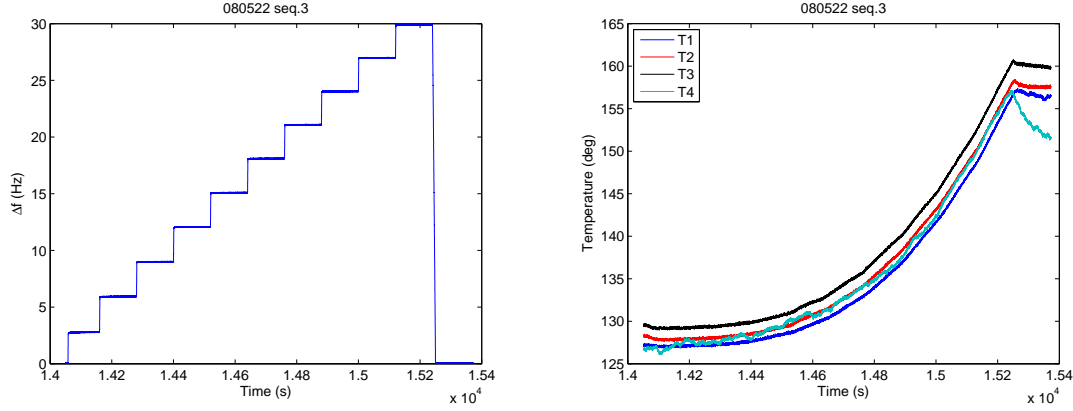


FIG. 4.5 - Evolutions temporelles de la fréquence de rotation de la graine  $\Delta f$  (à gauche) et de la température sur les 4 nappes situées selon un méridien (à droite).

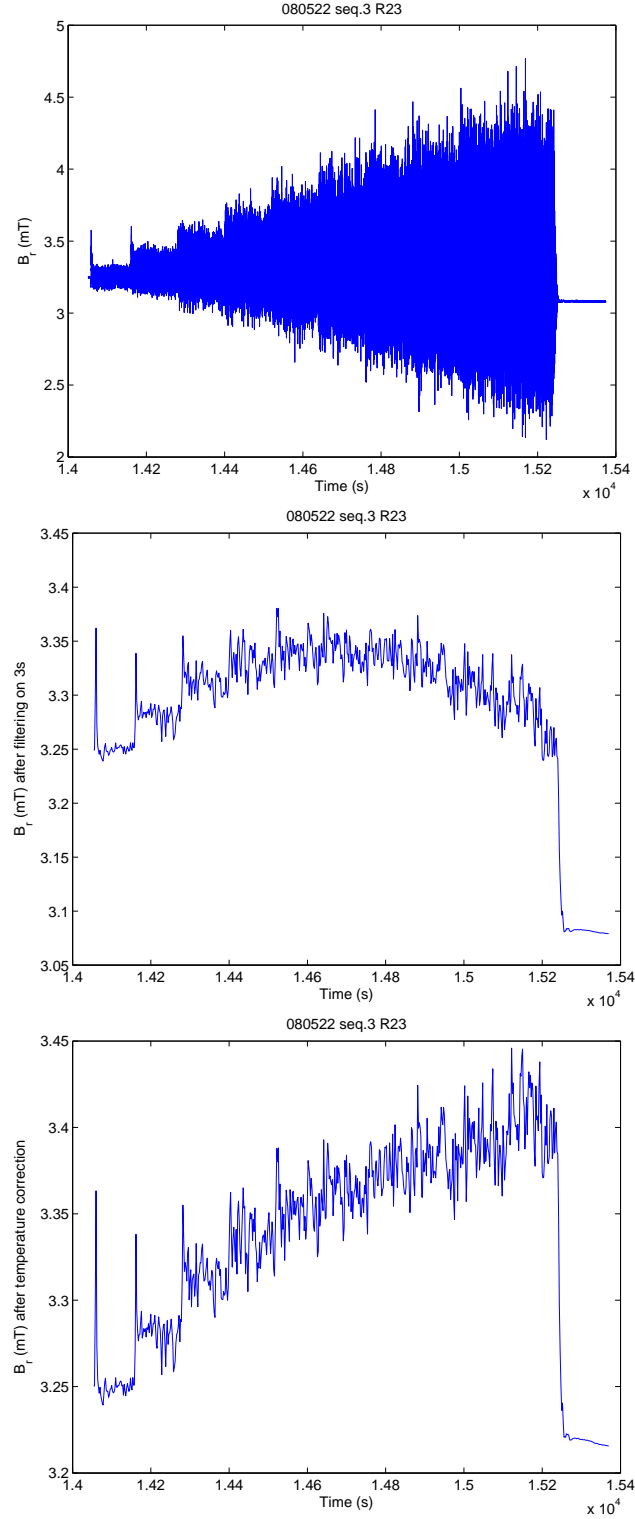
moins le domaine linéaire se situe entre 1 et 7 mT. D'autre part, ces capteurs sont opérationnels jusqu'à une température de 125 °C (température quasiment minimale dans DTS), mais peuvent résister jusqu'à 150 °C. Nous verrons qu'ils ont même résisté au-delà de cette température. Ils sont également sensibles aux variations de température et les caractéristiques donnent une variation typique de -0.1%/°C. C'est pourquoi une mesure de la température est prévue auprès de chacun des capteurs magnétiques afin de pouvoir corriger cet effet a posteriori.

### 4.3.2 Correction de l'effet de la température

Une mesure de température par cellule est prévue sur chacune des nappes. Cependant, par souci d'économie de voies d'acquisition, seule une mesure par nappe a été effectuée et nous verrons que ceci est suffisant. En effet, les variations de température d'une nappe à l'autre n'étant pas considérables (voir Fig. 4.5), celles sur une nappe elle-même le sont encore moins. Sur une séquence d'environ 20 minutes où la fréquence de rotation de la graine  $\Delta f$  varie de 0 à 30 Hz (voir Fig. 4.5), on note une forte augmentation de la température de 30 °C environ. Son effet bien visible sur les mesures magnétiques (voir Fig. 4.6) va pouvoir être corrigé. Pour cela, on détermine un coefficient  $\alpha_T$  de dépendance linéaire du champ magnétique avec la température pour chacun des capteurs. Ceux-ci sont répertoriés dans le tableau Tab. 4.1 pour l'ensemble des mesures radiales et sont cohérents avec la valeur typique de -0.1%/°C. Une fois ce coefficient déterminé, on effectue la correction de température sur les mesures magnétiques de la manière suivante :

$$B_{\text{corr}}(t) = B(t) [1 - \alpha_T(T(t) - T_0)], \quad (4.1)$$

où  $B(t)$  est le champ magnétique mesuré au cours du temps,  $B_{\text{corr}}(t)$  est le champ magnétique corrigé de l'effet de la température,  $T(t)$  est la température mesurée,  $T_0$  est une valeur de référence de la température fixée à 127 °C, et  $\alpha_T$  est le coefficient correcteur déterminé ci-dessus.



**FIG. 4.6** - Mesures radiales du champ magnétique à  $14.6^\circ$  de latitude Nord sur la séquence correspondant aux variations de la fréquence de rotation de la graine  $\Delta f$  indiquées sur la figure Fig. 4.5. Les mesures brutes, filtrées sur 3 secondes, puis corrigées de l'effet de la température sont représentées de haut en bas.

Capteur	Latitude	$\alpha_T$ (%/°C)
R13	44.0 N	-0.22
R14	38.1 N	-0.21
R21	26.4 N	-0.2
R22	20.5 N	-0.2
R23	14.6 N	-0.15
R24	8.8 N	-0.12
R32	8.8 S	-0.17
R33	14.6 S	-0.17
R34	20.5 S	-0.17
R41	32.2 S	-0.17
R42	38.1 S	-0.17

**TAB. 4.1** - Coefficients de dépendance linéaire du champ magnétique avec la température pour chacun des capteurs de mesures radiales le long d'un méridien.

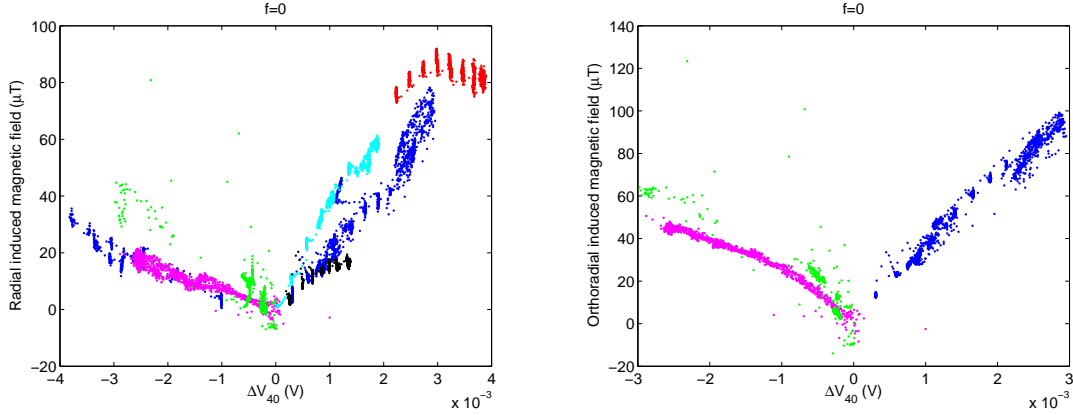
### 4.3.3 Evolution avec la fréquence de rotation de la graine

On étudie l'évolution du champ magnétique induit avec la fréquence de rotation de la graine  $\Delta f$ . S'intéressant à l'écoulement moyen axisymétrique, on peut appliquer une moyenne glissante en temps sur 3 secondes afin de retirer la partie fluctuante (voir Fig. 4.6). On effectue ensuite la correction de l'effet de la température détaillée ci-dessus, puis on retire le champ dipolaire imposé afin d'obtenir le champ magnétique induit.

#### Mesures à 50° de latitude Nord à l'extérieur de la sphère

Pour les mesures à 50° de latitude Nord et comme dans le cas avec rotation globale (voir section 3.2), on étudie l'évolution du champ magnétique induit avec la différence de potentiels électriques  $\Delta V_{40}$  (équivalent de la vitesse du fluide) plutôt que  $\Delta f$ . Les composantes radiale et orthoradiale du champ magnétique ont été mesurées et sont représentées sur la figure Fig. 4.7 en fonction de  $\Delta V_{40}$ . La première chose à noter est un champ magnétique induit toujours positif quel que soit le sens de rotation de la graine (signe de  $\Delta V_{40}$  ou  $\Delta f$ ). En effet, quand la sphère externe est au repos et contrairement au cas avec rotation globale, la circulation méridienne est toujours dans le même sens, c'est-à-dire centrifuge dans le plan équatorial. De plus, celle-ci est plus intense qu'en présence de rotation globale car il n'y a pas de contrainte de Proudman-Taylor qui tend à l'affaiblir (voir section 3.2). Le champ magnétique induit atteint donc une amplitude de quelques dizaines de  $\mu\text{T}$ , alors qu'avec la rotation globale dans le régime des faibles nombres de Rossby  $Ro$ , celui-ci ne vaut que 10  $\mu\text{T}$  voire moins suivant la fréquence de rotation de la sphère externe.

Cependant, l'amplitude du champ induit est différente selon le sens de rotation de la graine, alors qu'une parfaite symétrie était attendue. En effet, la circulation méridienne étant identique, le champ induit qui en résulte devrait être le même. Donc



**FIG. 4.7** - Evolution des composantes radiale (à gauche) et orthoradiale (à droite) du champ magnétique induit à  $50^\circ$  de latitude Nord avec la différence de potentiels électriques  $\Delta V_{40}$  (équivalent de la vitesse du fluide). Les couleurs correspondent à diverses séries de mesures.

cette dissymétrie est longtemps restée un mystère, et pourrait peut-être trouver son origine dans la circulation des courants électriques qui change de sens lors d'une rotation opposée de la graine. De plus, le mauvais couplage électrique entre le sodium liquide et la graine peut nous laisser penser que les courants électriques sont affectés de manière hétérogène suivant leur lieu de bouclage dans la graine.

D'autre part, nous verrons par la suite, avec les mesures le long d'un méridien, que la latitude  $50^\circ$  est un point un peu particulier.

### Nappes en surface le long d'un méridien

Lors des séquences de mesures effectuées avec ce nouveau dispositif, le couplage électrique entre le sodium liquide et la graine est resté très bon et stable. Donc on n'a pas besoin d'utiliser l'équivalent de la vitesse du fluide  $\Delta V_{40}$ , et on peut représenter directement l'évolution du champ magnétique induit avec la fréquence de rotation de la graine  $\Delta f$  pour différentes latitudes de mesure (voir Fig. 4.8 pour la composante radiale). S'intéressant dans un premier temps aux latitudes comprises entre l'équateur et  $\sim 30^\circ$  (graphe du haut sur la figure Fig. 4.8), le champ magnétique induit radial est positif dans l'hémisphère Nord et négatif dans l'hémisphère Sud. Etant donné le signe du champ dipolaire imposé (axial et orienté vers le haut :  $B_r > 0$  au Nord et  $B_r < 0$  au Sud), ceci implique une augmentation de l'intensité du champ magnétique avec le forçage  $\Delta f$ . Le champ induit atteint une amplitude de 100 à 200  $\mu\text{T}$  (suivant la latitude) pour  $\Delta f = 30$  Hz.

Au-delà de  $40^\circ$  de latitude (graphe du bas sur la figure Fig. 4.8), le champ induit radial a le signe opposé, ce qui indique une diminution de l'intensité du champ magnétique, et son amplitude est beaucoup plus faible ( $\sim 40$   $\mu\text{T}$  pour  $\Delta f = 30$  Hz). Sur certains capteurs (à  $32.2^\circ$  et  $38.1^\circ$  de latitude), on voit même le changement de signe, car la latitude à laquelle celui-ci survient évolue avec le forçage  $\Delta f$ .

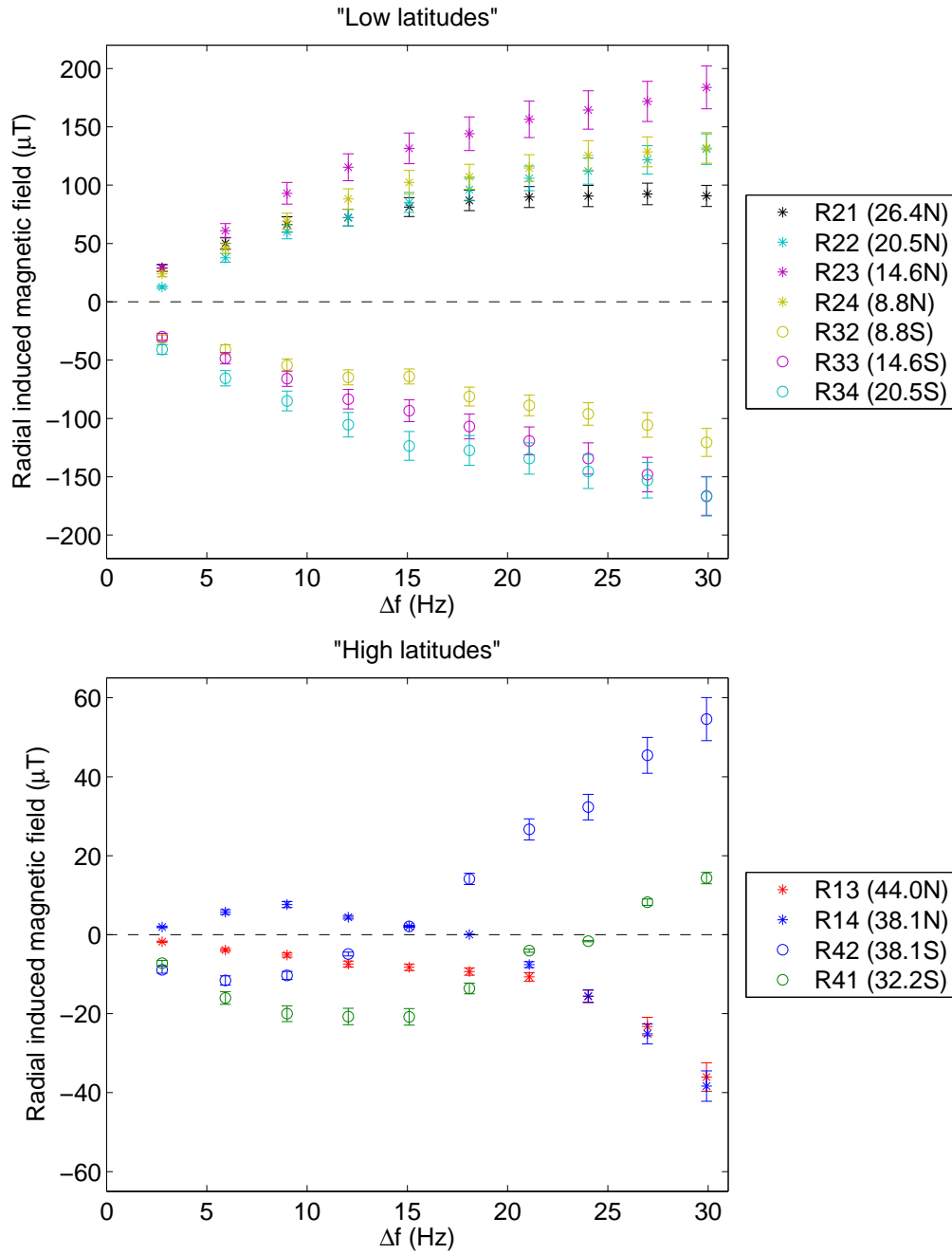


FIG. 4.8 - Evolution du champ magnétique induit radial avec la fréquence de rotation de la graine  $\Delta f$  pour différentes latitudes de mesure : de l'équateur à  $\sim 30^\circ$  de latitude (en haut) et à plus hautes latitudes (en bas).

#### 4.3.4 Evolution avec la latitude

La figure Fig. 4.9 représente l'évolution des composantes radiale et orthoradiale du champ magnétique induit avec la latitude pour différentes fréquences de rotation de la graine  $\Delta f$ . Le signe du champ induit radial a déjà été explicité ci-dessus. Celui-ci s'annule à l'équateur où la composante radiale du champ dipolaire imposé est également nulle. Quant à la composante orthoradiale du champ magnétique induit, elle est maximale et positive à l'équateur, puis change de signe vers  $20^\circ$  de latitude. La composante orthoradiale du champ dipolaire imposé étant positive à toutes les latitudes, on a augmentation du champ magnétique dans la région équatoriale, et diminution au-delà de  $20^\circ$  de latitude.

Sachant que la circulation méridienne est à l'origine du champ magnétique induit, essayons d'expliquer ce que nous observons. La circulation centrifuge dans le plan équatorial transporte les lignes de champ magnétique de l'intérieur vers l'extérieur de la coquille sphérique et entraîne donc une augmentation du champ magnétique mesuré à la surface. Celui-ci garde son caractère dipolaire dans la région équatoriale, c'est-à-dire une composante radiale nulle à l'équateur et qui augmente avec la latitude, et une composante orthoradiale maximale à l'équateur et qui diminue avec la latitude. Ensuite la circulation boucle vers les pôles en déplaçant les lignes de champ magnétique. Ceci implique alors une diminution de la composante radiale du champ, mais également de la composante orthoradiale par déformation des lignes de champ créant une composante de signe opposé à celle du champ imposé.

D'autre part, ces résultats ont été comparés avec le modèle numérique PARODY (voir Fig. 4.9). Ceux-ci sont cohérents pour le signe des composantes radiale et orthoradiale du champ magnétique induit et sa variation avec la latitude. Quant à l'amplitude du champ induit, elle est également en bon accord pour les faibles forçages. Puis lors de l'augmentation du forçage, on note une élévation de celle-ci aussi bien numériquement qu'expérimentalement mais en étant beaucoup plus grande dans ce dernier cas. D'autre part, le changement de signe s'effectue à une latitude plus élevée dans le modèle numérique. Afin d'expliquer ces différences, on peut penser que, dans l'expérience, le jet radial est plus concentré dans le plan équatorial quand le forçage augmente. En effet, ceci implique alors une augmentation de l'amplitude du champ magnétique induit, et une réduction de la zone en latitude où ceci s'applique, c'est-à-dire que le changement de signe s'effectue à une latitude plus proche de l'équateur.

Revenons maintenant un instant sur les mesures effectuées à  $50^\circ$  de latitude à l'extérieur de la sphère externe dans le référentiel du laboratoire. D'après l'évolution avec la latitude ci-dessus (voir Fig. 4.9), on aurait dû avoir une composante radiale négative très faible et une composante orthoradiale négative plus importante que cette dernière. Pour ce qui est du signe, les mesures sont en fait positives car le champ magnétique dipolaire imposé était orienté dans le sens opposé (vers le bas), et sont donc en accord avec les mesures à la surface de la sphère. Par contre au point

de vue de l'amplitude, elle était quasiment identique pour les deux composantes, même s'il subsiste une incertitude quant à l'orientation précise de ce dispositif de mesures.

## 4.4 Champ magnétique induit toroïdal à l'intérieur de la sphère

Le dispositif, mis en place en octobre 2008, permet pour la première fois de mesurer le champ magnétique à l'intérieur de la sphère. Et notamment la composante toroïdale, sur laquelle on n'avait aucune information avec les mesures effectuées à l'extérieur. Un doigt de gant est installé à  $-20^\circ$  de latitude, et contient les sondes positionnées en différents rayons, tous les 2 cm environ. Six points de mesures sont prévus, mais les deux sondes les plus proches de la sphère externe n'ont pas fonctionné lors de cette expérience. Les 4 autres sondes sont donc considérées, et on représente l'évolution du champ magnétique induit toroïdal avec la fréquence de rotation de la graine  $\Delta f$  (voir Fig. 4.10). Son amplitude croît avec l'augmentation du forçage  $\Delta f$ , mais de façon non-linéaire. Les valeurs les plus élevées sont mesurées près de la graine et peuvent atteindre 50 mT pour  $\Delta f = 30$  Hz.

D'autre part, on normalise ce champ magnétique induit toroïdal par l'intensité du champ dipolaire imposé à chacune des positions de mesure. On note alors que des valeurs supérieures à celle du champ imposé sont mesurées, pour les plus forts forçages, sur la sonde la plus éloignée de la graine là où le champ imposé est le plus faible.

Après avoir souligné l'amplitude du champ magnétique induit toroïdal mesuré, parlons un peu de son signe. D'après la polarisation des sondes, une mesure négative indique en fait une composante toroïdale positive (dans le repère en coordonnées sphériques standard). Ceci est cohérent avec le déplacement des lignes de champ dipolaire, impliquant un champ magnétique induit toroïdal positif dans l'hémisphère Sud (où s'effectue la mesure) et négatif dans l'hémisphère Nord, lorsque le forçage  $\Delta f$  est positif.

## 4.5 Fluctuations

Après avoir essentiellement décrit l'état moyen axisymétrique dans ce manuscrit, nous nous intéressons à la partie fluctuante. Celle-ci est étudiée dans [Schmitt et al., 2008], et nous n'allons pas reprendre tous les détails de ce travail. Différents types d'ondes ont été mis en évidence sur les mesures de différence de potentiels électriques, mais il reste à identifier et comprendre les mécanismes à l'origine de cette diversité de comportements.

Nous allons aborder ici les premières investigations effectuées sur les mesures radiales du champ magnétique le long d'un méridien.

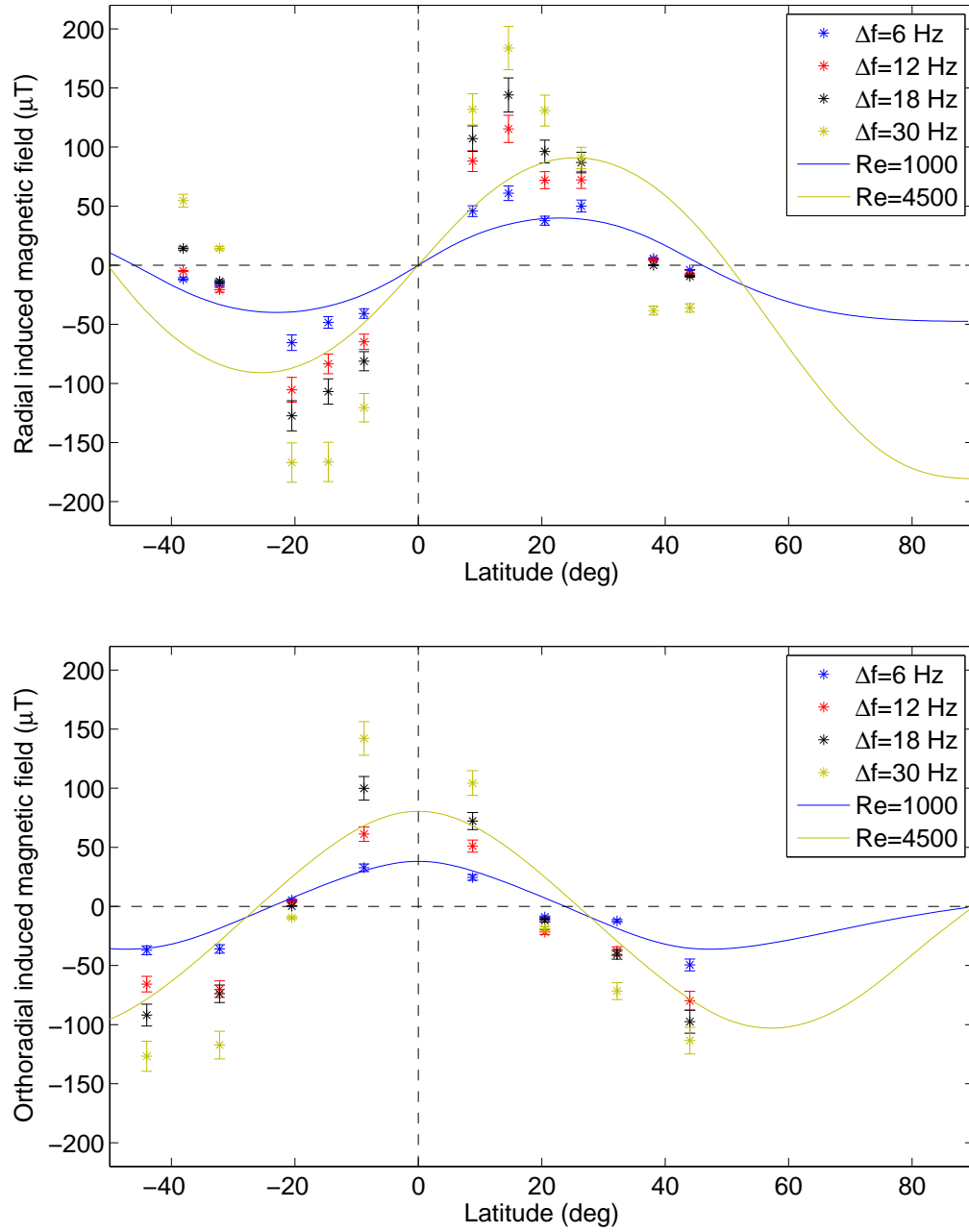
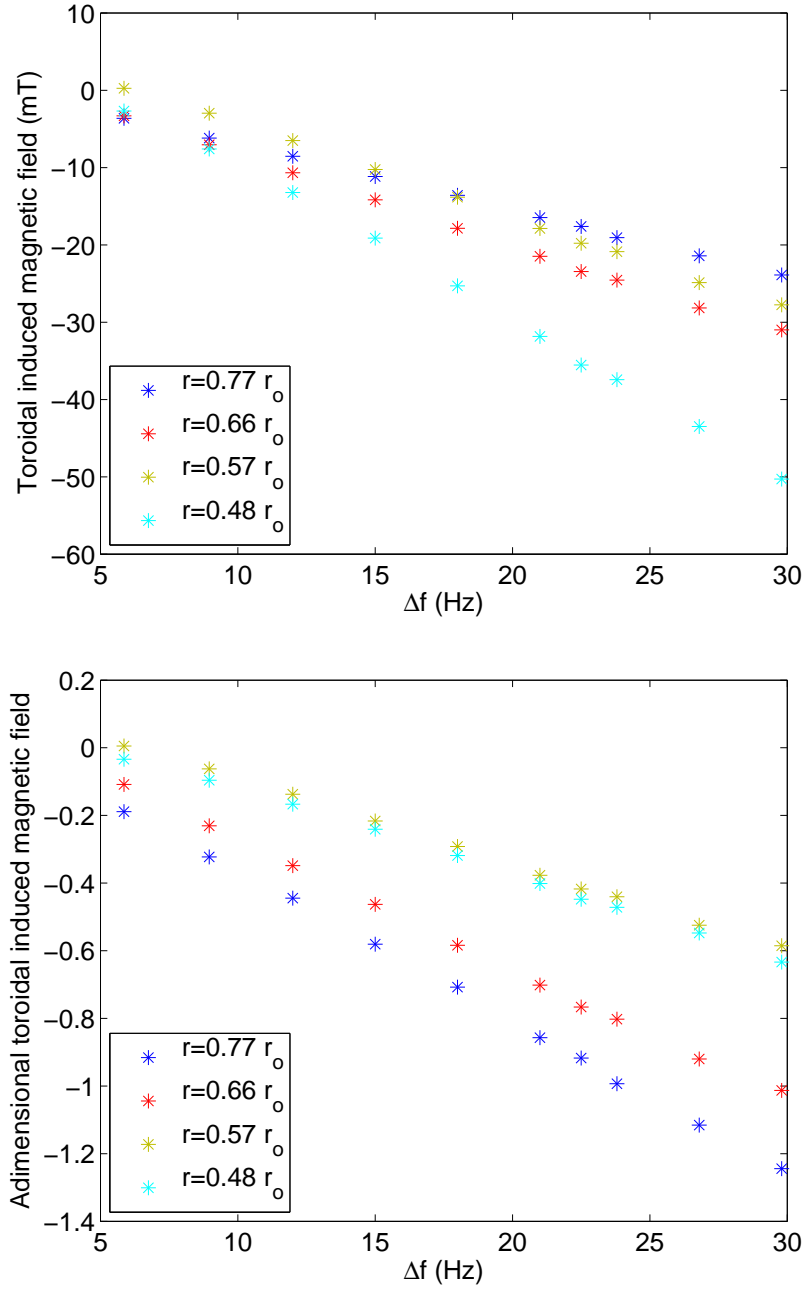


FIG. 4.9 - Evolution des composantes radiale (en haut) et orthoradiale (en bas) du champ magnétique induit avec la latitude, pour différentes fréquences de rotation de la graine  $\Delta f$ . Ceci est comparé à des résultats numériques obtenus avec PARODY (calculs P. Cardin) pour  $E^{-1} = 0$ ,  $Ha = 31$ ,  $Pm = 10^{-3}$  et  $Re = 1000$ ,  $Re = 4500$  (représentés en lignes continues).





**FIG. 4.10** - Evolution du champ magnétique induit toroïdal avec la fréquence de rotation de la graine  $\Delta f$ , pour différentes positions radiales (indiquées dans la légende, en référence au rayon de la sphère externe  $r_o$ ), à  $-20^\circ$  de latitude. En bas, le champ magnétique induit toroïdal est normalisé par l'intensité du champ dipolaire imposé à chacune des positions de mesure.

### 4.5.1 Densité spectrale de puissance

D'après la figure Fig. 4.6 établie pour l'un des capteurs situé à 14.6° de latitude Nord, on peut noter une augmentation de l'amplitude des fluctuations avec la fréquence de rotation de la graine  $\Delta f$ . Pour tenter d'identifier leur origine, on représente la densité spectrale de puissance de ces mesures radiales du champ magnétique pour différents  $\Delta f$  (voir Fig. 4.11), où une moyenne glissante sur 0.2 Hz a été appliquée. On remarque une augmentation de l'énergie avec le forçage  $\Delta f$ , ainsi qu'un décalage vers des fréquences plus élevées. Mais on note également certaines fréquences marquées (« bosses ») pouvant correspondre à différents modes ondulatoires (voir Fig. 4.12 où les courbes ont été décalées d'une décade à chaque fois pour plus de lisibilité).

On peut maintenant se demander si ce phénomène ondulatoire est visible à toutes les latitudes. On a pour cela pris une fréquence de rotation de la graine  $\Delta f = 15$  Hz et représenté la densité spectrale de puissance pour chacune des latitudes de mesure dans l'hémisphère Nord (voir Fig. 4.13). Les divers modes ondulatoires sont présents à toutes les latitudes, mais avec une amplitude qui peut être différente. Ces modes sont caractérisés par un nombre d'onde azimutal  $m$ . Ainsi, les « bosses » successives pour des fréquences croissantes correspondent à  $m = 1$ ,  $m = 2$ ,  $m = 3$ , etc... Par exemple, on note que l'amplitude du mode  $m = 2$  augmente avec la latitude, alors que celle du mode  $m = 1$  diminue. Cependant, on observe une faible variation de la fréquence de ces modes avec la latitude. Ceci nous a amenés à nous demander si ce sont vraiment des ondes, car leur fréquence ne devrait pas varier. Mais un traitement plus « fin » de corrélation après un filtrage en fréquences nous a révélé toute la richesse des ondes réellement présentes. Nous allons donc aborder l'explication de ce traitement (effectué par D. Schmitt) et donner quelques résultats. Cette étude, encore en cours, promet de belles perspectives.

### 4.5.2 Corrélation après un filtrage en fréquences

#### Corrélation sur toute une plage de fréquences

Les corrélations sont effectuées après un filtrage en fréquences avec une fenêtre glissante de largeur 0.4 Hz. Ce traitement est appliqué sur toute une plage de fréquences de 5 à 35 Hz. Il faut alors faire un choix judicieux des signaux à corrélérer. Afin de déterminer les symétries par rapport à l'équateur, on peut corrélérer les signaux des capteurs situés de part et d'autre du plan équatorial à la même latitude (Nord et Sud). Un exemple est donné sur la figure Fig. 4.14 pour les latitudes d'environ 10°, 20°, 40° et 50°. On remarque une « bonne » corrélation, même entre des capteurs distants en latitude, indiquant le caractère global du phénomène ondulatoire. De plus, on observe certaines bandes de fréquences pour lesquelles l'amplitude de corrélation est plus importante. Celles-ci correspondent aux « bosses » identifiées sur les spectres. Mais ceci n'est vrai qu'en première approximation, car une structure plus fine en fréquence existe, qui n'était pas mise en évidence sur les spectres. Les « bosses » sont donc finalement constituées

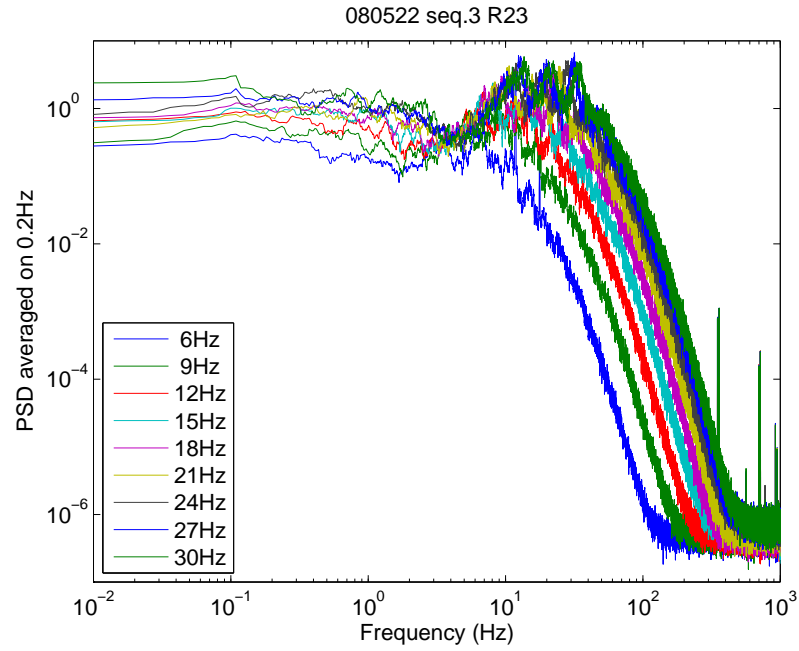


FIG. 4.11 - Densité spectrale de puissance des mesures radiales du champ magnétique à  $14.6^\circ$  de latitude Nord pour différentes fréquences de rotation de la graine  $\Delta f$ , variant de 6 à 30 Hz.

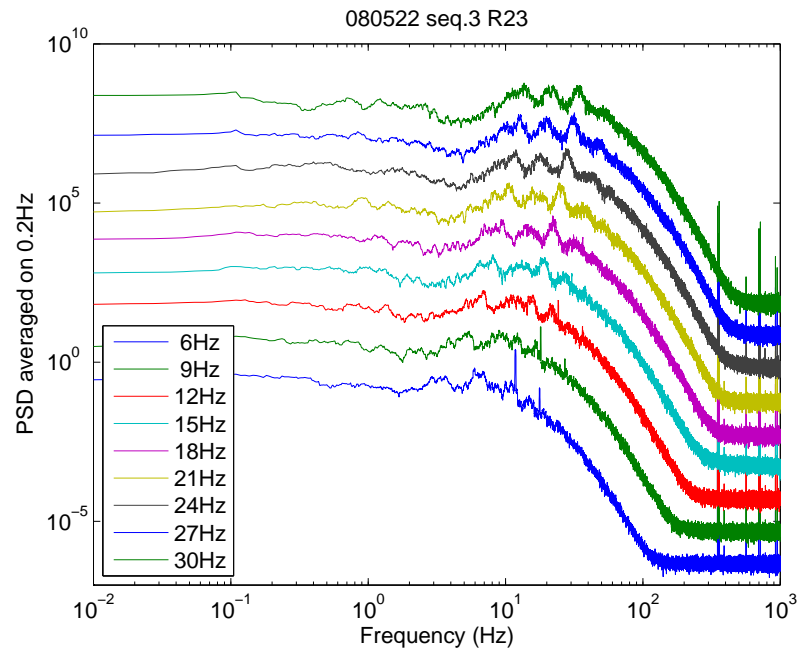
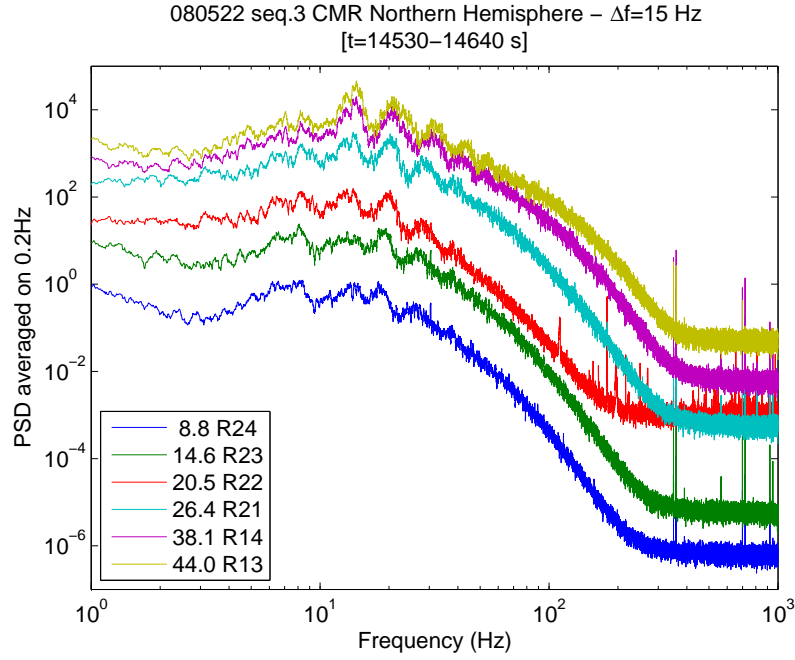


FIG. 4.12 - Idem Fig. 4.11, mais avec les courbes décalées d'une décade à chaque fois pour plus de lisibilité.



**FIG. 4.13** - Densité spectrale de puissance des mesures radiales du champ magnétique pour différentes latitudes de mesure dans l'hémisphère Nord (indiquées dans la légende), et pour une fréquence de rotation de la graine  $\Delta f = 15$  Hz. Les courbes sont ici décalées d'une décade à chaque fois pour plus de lisibilité.

de raies plus fines, mais correspondant toutes au même nombre d'onde azimutal (celui de la « bosse » considérée). On note alors que, pour un même nombre d'onde azimutal, la fréquence de la raie dominante peut varier avec la latitude. Ceci explique le changement apparent de fréquence des modes observé sur les spectres pour différentes latitudes (voir Fig. 4.13).

D'autre part, on note l'évolution de l'amplitude de corrélation des divers modes avec la latitude. Par exemple, l'amplitude du mode  $m = 1$  diminue vers les hautes latitudes, comme on l'avait déjà constaté sur les spectres. Pour le mode  $m = 2$ , à  $50^\circ$  de latitude, les signaux sont corrélés ou anticorrélés suivant la raie considérée. Ceci indique alors un mode symétrique ou antisymétrique, et laisse entrevoir la multitude de comportements à explorer.

### Corrélation pour un mode donné

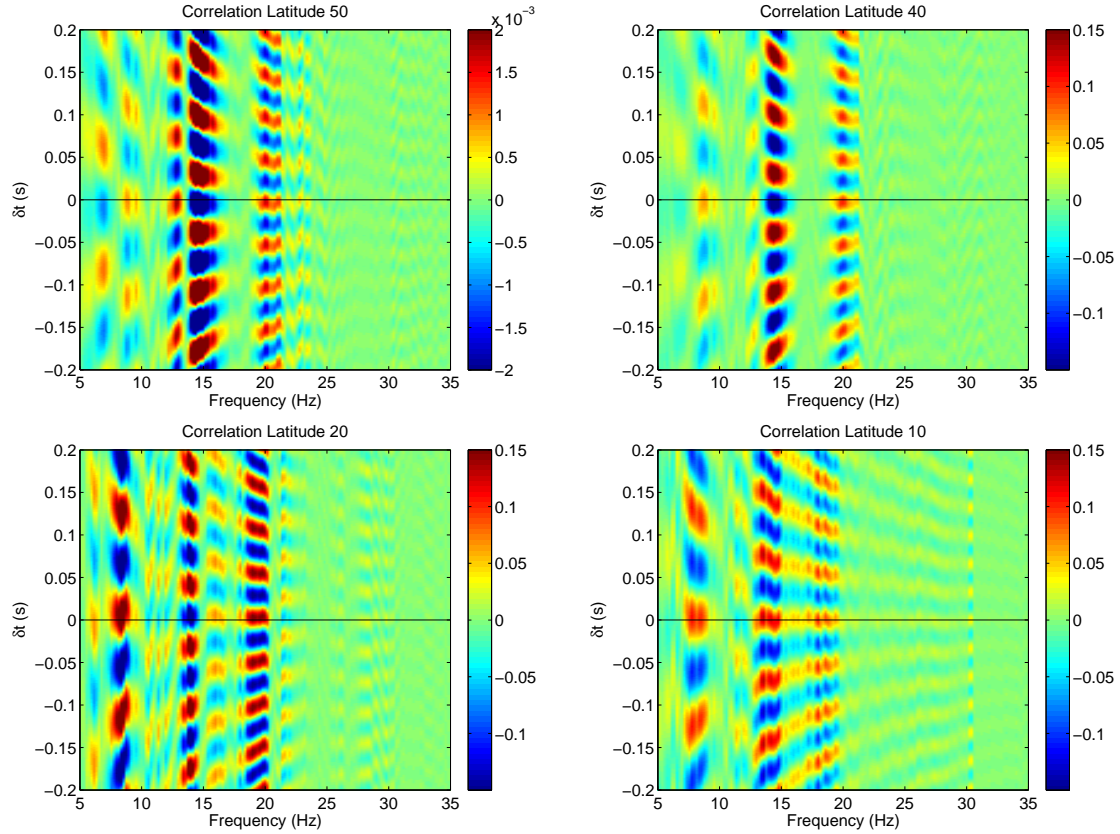
Ce premier traitement nous ayant permis de repérer les fréquences dominantes, on peut alors en sélectionner une et étudier les caractéristiques de ce mode sur l'ensemble du méridien. On avait déjà pu obtenir quelques informations en effectuant le traitement précédent en différentes latitudes, mais on va pouvoir ici visualiser cette variation sur un seul graphe. Pour cela, on étudie les corrélations d'un capteur donné avec l'ensemble des autres du méridien.

Position	1	2	3	4	5	6	7	8
Latitude Nord	55.7°	49.8°	44.0°	38.1°	26.4°	20.5°	14.6°	8.8°
Position	16	15	14	13	12	11	10	9
Latitude Sud	49.8°	44.0°	38.1°	32.2°	20.5°	14.6°	8.8°	2.9°

**TAB. 4.2** - Correspondance entre les positions indiquées sur les figures Fig. 4.15 et Fig. 4.16 et les latitudes des capteurs le long d'un méridien.

Un exemple est donné sur la figure Fig. 4.15 pour le mode  $m = 2$  ayant une fréquence  $f = [13 - 15]$  Hz. Les signaux sont corrélés dans l'hémisphère Nord et anticorrélés dans l'hémisphère Sud, indiquant un mode antisymétrique par rapport à l'équateur. Ceci était déjà visible avec le traitement précédent pour différentes latitudes. Cependant, la corrélation aux latitudes  $\pm 10^\circ$  avait un signe positif (mode symétrique). Ce désaccord entre les deux types de corrélation peut être expliqué par la faible amplitude des signaux mesurés près de l'équateur.

Prenons un autre exemple avec le mode  $m = 1$  ayant une fréquence  $f = [7.5 - 9.5]$  Hz (voir Fig. 4.16). Les corrélations sont ici normalisées afin de s'affranchir des différences d'amplitude entre les signaux. En effet, des signaux de faible intensité donneront une faible amplitude de corrélation, mais ils ne sont pas forcément mal corrélés. On conserve alors seulement l'information sur la phase, c'est-à-dire le décalage temporel  $\delta t$  entre les signaux. On note que le mode considéré est symétrique par rapport à l'équateur, mais un décalage temporel existe entre les capteurs situés près de l'équateur (position 8) et ceux à hautes latitudes (positions extrêmes 1 et 16). En supposant que la structure est géostrophique, c'est-à-dire invariante selon l'axe vertical, on peut interpréter ce décalage par une spiralisation de la structure. Ce décalage peut être traduit en écart angulaire. En effet, connaissant la fréquence du mode (ou sa période  $T$ , c'est-à-dire le temps pour faire un tour car c'est un mode  $m = 1$ ), on obtient un écart angulaire d'environ  $60^\circ$  (car  $\delta t \sim T/6$ ).



**FIG. 4.14** - Corrélation entre des capteurs symétriques par rapport à l'équateur situés aux latitudes d'environ  $50^\circ$ ,  $40^\circ$ ,  $20^\circ$  et  $10^\circ$  (de haut en bas et de gauche à droite). Ce traitement est effectué sur les mesures radiales du champ magnétique, pour une fréquence de rotation de la graine  $\Delta f = 15$  Hz.

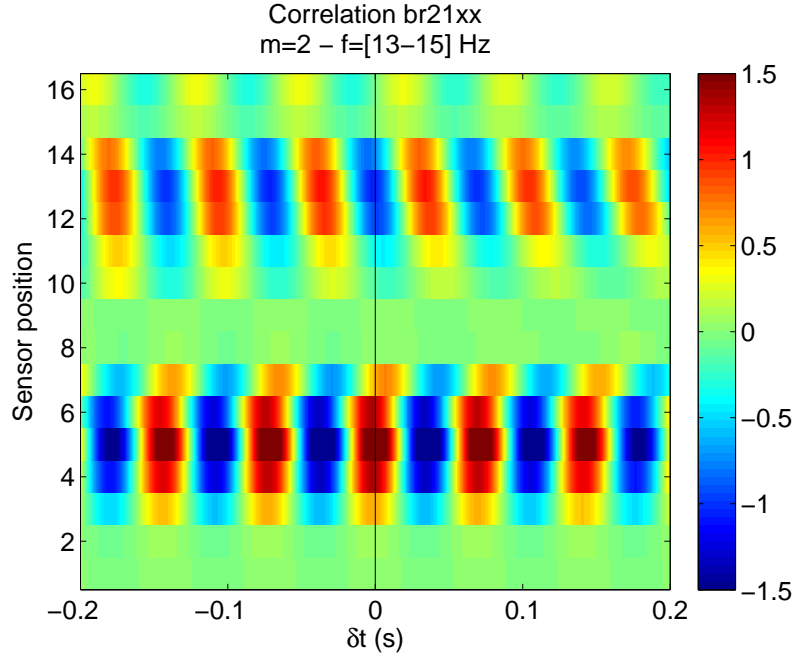


FIG. 4.15 - Corrélation, pour un mode sélectionné ( $m = 2 : f = [13 - 15]$  Hz), entre un capteur donné (position 5) et l'ensemble des autres du méridien. La corrélation avec le capteur aux plus hautes latitudes dans l'hémisphère Nord est en bas (position 1), et ainsi de suite avec l'ensemble des capteurs du méridien jusqu'aux plus hautes latitudes dans l'hémisphère Sud (position 16 en haut) [voir Tab. 4.2 pour avoir les latitudes correspondant aux positions]. Ce traitement est effectué sur les mesures radiales du champ magnétique, pour une fréquence de rotation de la graine  $\Delta f = 15$  Hz.

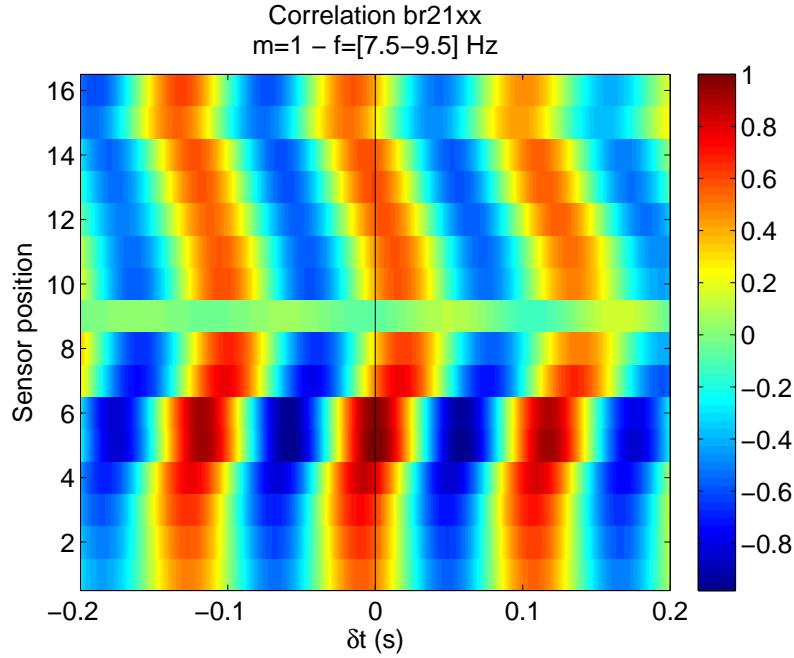


FIG. 4.16 - Idem Fig. 4.15 avec un autre mode sélectionné ( $m = 1 : f = [7.5 - 9.5]$  Hz). De plus, la corrélation est ici normalisée.

## 4.6 Conclusion

Nous avons décrit dans ce chapitre les résultats obtenus avec la sphère externe au repos. Nous avons pu bénéficier ici de nouvelles mesures du champ magnétique, mais également d'un bon couplage électrique. Ce paramètre, que l'on ne maîtrise pas, nous avait particulièrement « gênés » lors des précédentes campagnes de mesures. La stabilité de ce couplage nous a permis d'obtenir de magnifiques mesures de vitesses, et de mettre en évidence la présence de super-rotation.

Bien que le modèle développé dans le chapitre précédent ne soit pas applicable directement au cas où la sphère externe est au repos, certaines similitudes sont à noter. En effet, la fréquence angulaire du fluide (déduite des mesures de différence de potentiels électriques à 40° de latitude Nord) et la puissance dissipée ont une évolution avec la fréquence de rotation de la graine  $\Delta f$  très semblable à celle calculée. Notamment, on trouve expérimentalement une puissance dissipée se mettant à l'échelle comme  $\Delta f^{2.4}$ , ce qui est cohérent avec le modèle.

Néanmoins, les amplitudes de puissance dissipée et de champ magnétique induit toroïdal sont très différentes pour le modèle et l'expérience. Les premières mesures du champ magnétique induit toroïdal à l'intérieur de la sphère nous ont permis de constater que celui-ci a une évolution non linéaire avec  $\Delta f$  et atteint des valeurs beaucoup plus élevées que dans le modèle.

D'autre part, les mesures de champ magnétique effectuées tout le long d'un méridien sont très prometteuses, et devraient être encore améliorées dans l'avenir par une calibration des capteurs, autant en température qu'en sensibilité. De plus, l'ensemble du dispositif sera adapté afin de pouvoir faire des mesures avec la sphère externe en rotation. Pour cela, les signaux doivent être numérisés afin de les récupérer à travers le collecteur tournant.

*Et l'espoir, pour ces futures expériences, est de conserver un très bon couplage électrique entre le sodium liquide et la graine en cuivre...*

Mais auparavant, il reste beaucoup de données à exploiter, notamment pour l'étude des fluctuations dont nous avons juste donné un aperçu à la fin de ce chapitre.





# Chapitre 5

## Conclusion générale et perspectives

L'expérience DTS, dont nous avons exploité les résultats tout au long de ce manuscrit, est une expérience originale permettant d'étudier les caractéristiques d'un écoulement de Couette sphérique en présence de rotation et de champ magnétique. Le régime magnétostrophique, pour lequel les forces de Coriolis et de Lorentz sont en équilibre, est le régime supposé présent dans les noyaux planétaires.

Nous avons principalement rapporté les résultats relatifs à l'écoulement moyen axisymétrique, mais la description des fluctuations a également été abordée.

### 5.1 Ecoulement moyen axisymétrique

#### 5.1.1 Différentes régions à l'intérieur de la coquille sphérique

La présence de rotation globale implique que l'écoulement est géostrophique, c'est-à-dire invariant suivant l'axe de rotation (théorème de Proudman-Taylor). Mais, près de la graine, les effets du champ magnétique sont prépondérants en raison du caractère dipolaire du champ imposé. Ceux-ci entraînent une augmentation de la vitesse angulaire du fluide, et une zone de super-rotation existe (où la vitesse angulaire du fluide est supérieure à celle de la graine). Dans cette région, l'écoulement est invariant suivant les lignes de champ magnétique (d'après la loi de Ferraro). L'étendue relative de ces deux régions (géostrophique et magnétique) est contrôlée par le nombre d'Elsasser local.

La présence de super-rotation a été identifiée expérimentalement sur les profils de vitesse angulaire (mais seulement dans le cas sans rotation globale pour le moment). De plus, la forme caractéristique de ces profils dans la région géostrophique a été explicitée à l'aide d'un modèle basé sur l'état de Taylor modifié.

#### 5.1.2 Modèle basé sur l'état de Taylor modifié

Dans la région géostrophique, l'écoulement est organisé en cylindres concentriques alignés avec l'axe de rotation. Même si la force de Coriolis est dominante, la force de Lorentz est à l'origine de la mise en mouvement du fluide. Dans l'état

asymptotique ( $E \rightarrow 0$ ) de Taylor, le couple magnétique s'exerçant sur les cylindres géostrophiques doit s'annuler, puisqu'aucun couple ne peut venir l'équilibrer. Mais en considérant les couches d'Ekman à la sphère externe, le couple visqueux, dû au frottement dans ces couches limites, équilibre le couple magnétique. Cet état de Taylor modifié nous permet alors d'expliquer la forme des profils de vitesse angulaire : plateau de vitesse au cœur du fluide, puis décroissance à l'approche de la sphère externe au travers de la couche « Proudman magnétique » [Kleeorin et al., 1997]. De plus, la prise en compte du frottement turbulent dans les couches d'Ekman nous permet également de comprendre leur évolution avec le forçage, et notamment l'épaississement de la couche « Proudman magnétique ».

## 5.2 Fluctuations

Malgré la valeur élevée du nombre de Reynolds  $Re \sim 10^6$ , la turbulence est faible due aux contraintes imposées à la fois par la rotation et le champ magnétique. L'analyse des fluctuations observées montre qu'elles résultent essentiellement d'ondes se propageant dans le fluide [Schmitt et al., 2008]. Les « bosses », mises en évidence sur les spectres, sont associées à différents nombres d'onde azimutaux  $m$ .

Cependant, l'origine de ces ondes reste à être identifiée. Leurs caractéristiques dépendent des équilibres de forces en présence : effets inertiels, force de Lorentz, force de Coriolis. Mais la difficulté est que les divers temps caractéristiques sont du même ordre de grandeur. En effet, la période des ondes inertielles, des ondes d'Alfvén et le temps de dissipation Joule sont de l'ordre de 0.1 s pour des valeurs typiques de fréquences de rotation des sphères.

## 5.3 Implications géophysiques

### 5.3.1 Turbulence

La faible turbulence observée dans DTS peut nous laisser penser que la turbulence présente dans les noyaux planétaires est du même genre [Nataf and Gagnière, 2008]. Sous les effets des contraintes liées à la rotation et au champ magnétique, les écoulements s'organisent d'une manière particulière. La turbulence hydrodynamique classique n'est pas présente, mais des mouvements turbulents peuvent exister sous l'action des forces de Lorentz et d'Archimède.

### 5.3.2 Etat de Taylor modifié

L'état de Taylor modifié pourrait être appliqué à la Terre. En effet, bien que le nombre d'Ekman soit faible, l'observation des nutations de la Terre indique que le frottement à la limite noyau-manteau (CMB) est supérieur à celui créé par un frottement laminaire [Herring et al., 2002]. Celui-ci est certainement différent du

frottement turbulent présent dans DTS, et pourrait être dû à des effets de topographie ou à un couplage magnéto-visqueux à la CMB [Deleplace and Cardin, 2006, Buffett and Christensen, 2007].

### 5.3.3 Dynamos expérimentales

Afin d'être plus proche de la situation présente dans les noyaux planétaires, il faudrait avoir un champ magnétique directement généré par les mouvements de fluide (effet dynamo). Cependant, dans les expériences dynamo actuelles, le champ magnétique produit est bien trop faible pour agir sur l'écoulement en retour. Donc l'objectif serait d'obtenir, par effet dynamo, un champ magnétique d'une amplitude assez importante pour pouvoir influencer l'écoulement. Ce défi intéressant sera peut-être relevé par l'équipe de Lathrop au Maryland, où une expérience de configuration similaire à DTS, mais avec une sphère externe de 3 m de diamètre, est en cours de construction.

On peut penser que le régime particulier, mis en évidence sur le champ magnétique induit (« pic » : fortes amplitudes mesurées), correspondrait à une situation favorable à l'obtention d'un effet dynamo. Ce « pic » est observé quand les deux sphères sont contra-rotatives et marque la transition entre un régime dominé par la rotation globale et un autre où la rotation différentielle devient prépondérante. Ceci peut également se voir sur la circulation de vitesse méridienne avec le passage de vitesses centripètes à centrifuges dans le plan équatorial.



# Annexe A

## DTO : une expérience en eau et sans champ magnétique

Ce dispositif expérimental avait été initialement élaboré pour étudier les mouvements de précession [Noir, 2000] ; puis il a été adapté dans le but d'étudier l'écoulement de Couette sphérique, c'est-à-dire l'écoulement généré par la rotation différentielle de deux sphères concentriques [Schaeffer, 2004, Deleplace, 2005]. C'est donc ce dispositif que nous avons utilisé ici afin de comparer avec les résultats établis dans l'expérience DTS (écoulement magnétohydrodynamique de Couette sphérique).

### A.1 Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental de DTO est constitué de deux entités :

- un cylindre en plexiglas contenant un ellipsoïde de rayon  $r_o = 12.5$  cm dans le plan équatorial et 12 cm selon l'axe.
- une graine (sphère interne) de rayon  $r_i = 4.4$  cm.

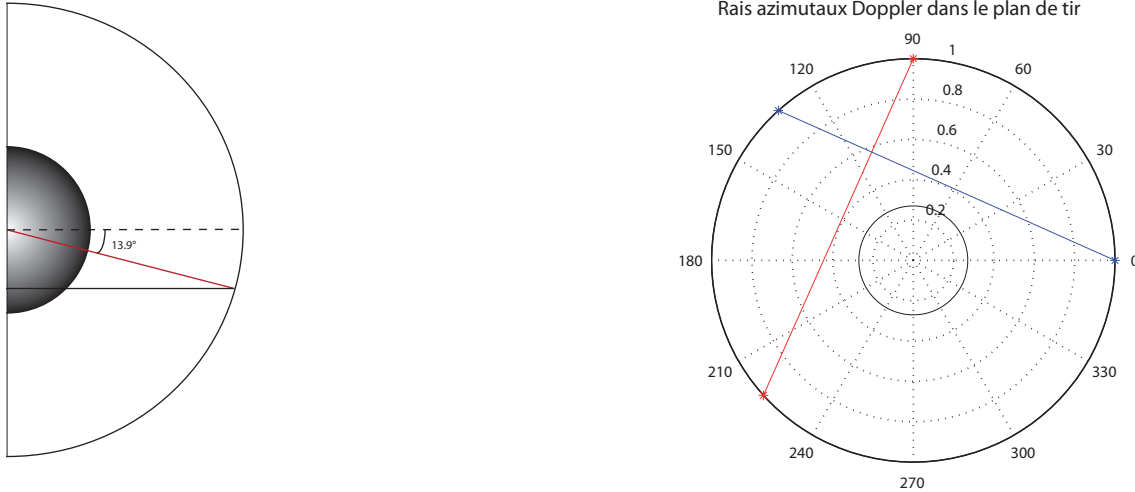
Le rapport des rayons  $r_i/r_o = 0.35$  est identique à celui de l'expérience DTS. Par abus de langage, je parlerai par la suite de deux sphères concentriques, alors que la coquille externe est ellipsoïdale. Le fluide utilisé dans DTO est de l'eau (à la place du sodium liquide dans DTS) et il n'y a pas de champ magnétique. C'est donc l'équivalent hydrodynamique de l'écoulement présent dans DTS.

Les deux sphères peuvent être mises en rotation, mais on a étudié ici le cas où seule la graine tourne. Sa fréquence de rotation  $\Delta f = \Delta\Omega/2\pi$  varie de 0.17 à 2.7 Hz. Afin de caractériser l'écoulement, le nombre de Reynolds hydrodynamique est défini de la manière suivante :

$$Re = \frac{r_i \Delta\Omega r_o}{\nu}, \quad (\text{A.1})$$

où  $r_i \Delta\Omega$  est la vitesse tangentielle à la graine et  $\nu = 10^{-6} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$  est la viscosité cinématique de l'eau.

L'écoulement est étudié à l'aide de mesures de vitesses réalisées avec la technique de vélocimétrie Doppler ultrasonore (voir section 2.3.1 pour l'explication de cette technique). Les vitesses radiales et « azimutales » peuvent être mesurées grâce à des



**FIG. A.1** - *A gauche : Représentation dans un plan méridien de la trajectoire du rai ultrasonore radial et de la position du plan (parallèle au plan équatorial et situé 3 cm en dessous de celui-ci) où s'effectuent les mesures de vitesses « azimutales ». A droite : Représentation dans le plan horizontal des trajectoires des rais ultrasonores « azimutaux ».*

géométries différentes de tirs ultrasonores. Pour les mesures radiales, le tir s'effectue selon un rayon ; et pour les mesures « azimutales », la trajectoire du tir a été choisie de manière à avoir un maximum de vitesse azimutale, mais on a forcément une partie radiale aussi. Ce tir se fait dans un plan horizontal parallèle au plan équatorial et situé 3 cm en dessous de celui-ci (voir Fig. A.1). Deux emplacements sont possibles sur la sphère externe pour installer les sondes Doppler. Tous deux sont situés à 13.9° de latitude Sud et sont distants de 90° en longitude.

Cette technique de mesures de vitesses nécessite la présence de diffuseurs dans le liquide afin de permettre la réflexion des ultrasons. Du pollen est donc ajouté à l'eau dans le but d'améliorer le signal.

## A.2 Mesures de vitesses « azimutales »

On considère ici de faibles fréquences de rotation de la graine afin d'obtenir une comparaison quantitative avec des résultats numériques. En effet, ceux-ci peuvent être effectués avec les mêmes valeurs de paramètres, et aident ainsi à la description et à l'explication des observations expérimentales.

La figure Fig. A.2 représente l'évolution de la vitesse « azimutale » en fonction de la distance le long du rai ultrasonore ( $d = 0$  est au niveau de la sonde et  $d = 220$  mm est le bord opposé sur la sphère) et du temps. L'échelle de couleurs indique l'amplitude des vitesses en  $\text{mm.s}^{-1}$ . Celle-ci est maximale à mi-chemin du tir ultrasonore, ce qui correspond à l'endroit où il passe au plus près de la graine, et est donc bien cohérent. En effet, la graine étant le moteur de la rotation, le fluide est bien entraîné près de celle-ci par couplage visqueux.

On note sur ce diagramme spatio-temporel qu’une structure périodique apparaît, mais avant d’expliciter celle-ci à l’aide du modèle numérique, on va tout d’abord s’intéresser au profil moyen de vitesse.

### A.2.1 Profil moyen

Les profils moyens de vitesses mesurées le long du rai ultrasonore « azimutal » pour différentes valeurs du nombre de Reynolds  $Re$  sont indiqués sur la figure Fig. A.3. La valeur maximale de vitesse augmente avec le forçage (valeur de  $Re$ ), mais la forme du profil reste la même.

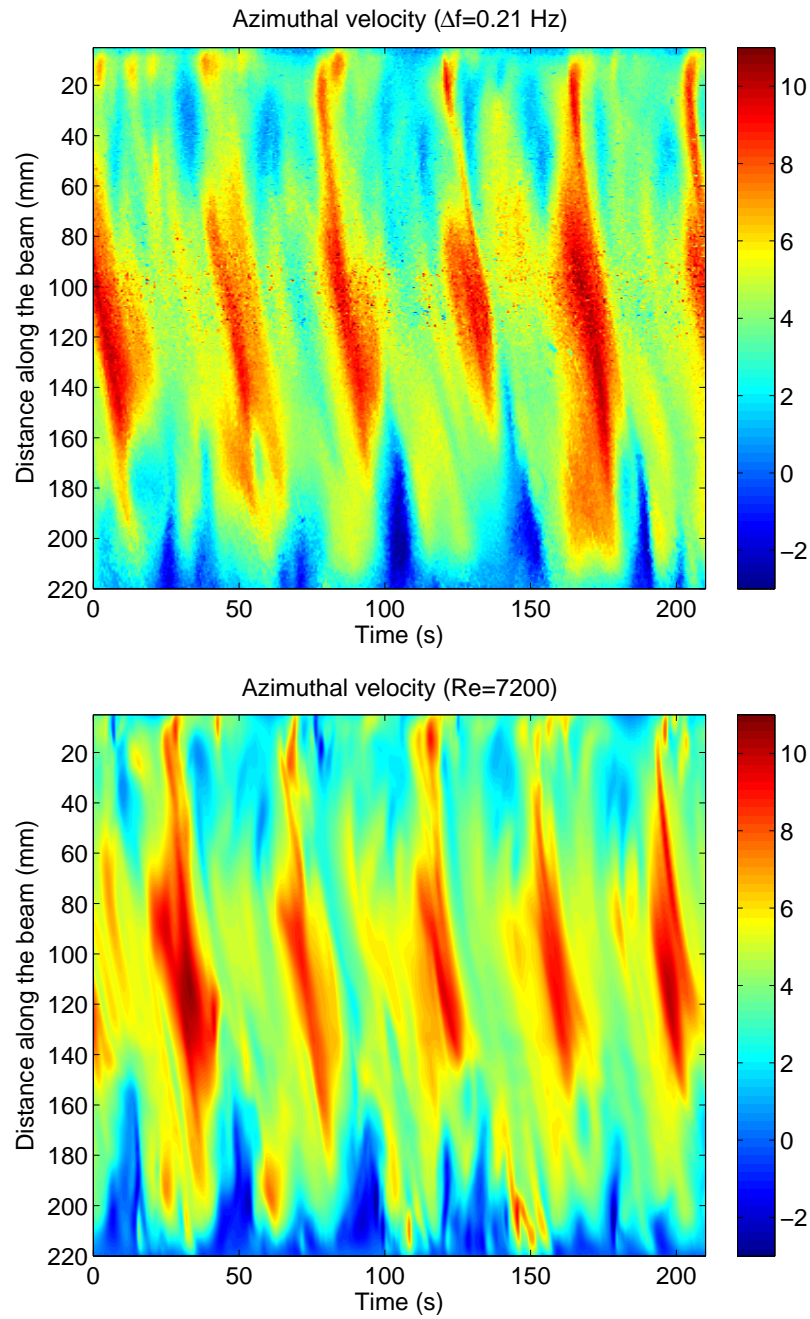
Analysons maintenant ce profil moyen, notamment le fait qu’il ne soit pas symétrique par rapport au point milieu où la vitesse est maximale. La vitesse mesurée le long de ce rai est composée des projections des vitesses azimutale et radiale (voir Fig. A.4). Au point le plus proche de la graine (au milieu du trajet ultrasonore), la vitesse est purement azimutale ; et de part et d’autre de ce point milieu, la projection de la vitesse azimutale a le même signe et est symétrique, tandis que celle de la vitesse radiale a le signe opposé (voir Fig. A.5 et annexe B pour le détail des calculs). C’est donc cette dernière qui explique la non-symétrie du profil moyen de vitesse.

Les vitesses le long du rai ultrasonore « azimutal » ont été calculées numériquement (avec PARODY par C. Guervilly) afin de pouvoir les confronter directement aux mesures expérimentales. La comparaison pour différentes valeurs du nombre de Reynolds  $Re$  montre un très bon accord pour la forme des profils, mais également pour l’amplitude des vitesses (voir Fig. A.3).

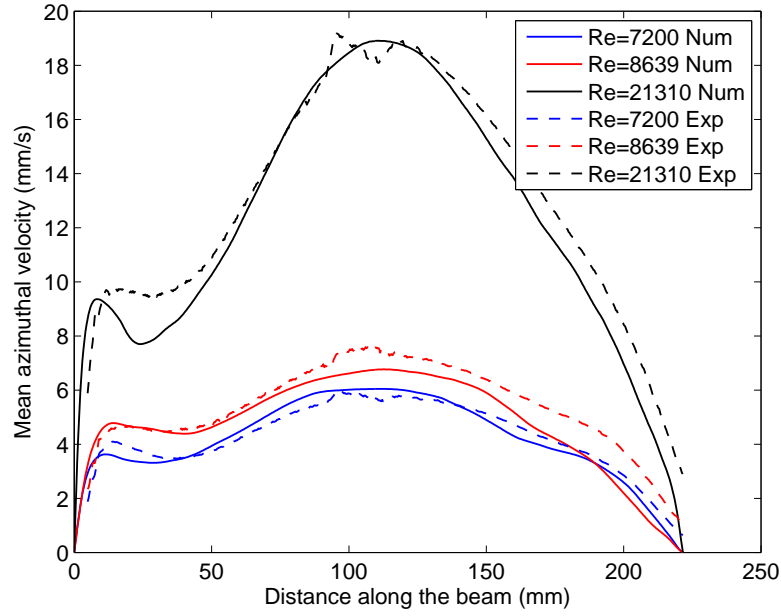
### A.2.2 Origine des fluctuations

Dans la compréhension des fluctuations périodiques de vitesse (voir Fig. A.2), l’outil numérique nous a été d’une grande aide. La rotation de la graine engendre un écoulement radial centrifuge dans le plan équatorial. Au-delà d’un certain forçage, ce jet devient instable. Cette déstabilisation du disque équatorial se manifeste sous forme de fluctuations périodiques de vitesse dont la fréquence dépend du forçage. Plus le forçage est élevé, plus ces fluctuations sont rapides. Quant au forçage critique, il a été évalué numériquement à :  $Re_c \sim 1200$ . Cette valeur, correspondant à une fréquence de rotation de la graine  $\Delta f \sim 0.03$  Hz, est bien trop faible pour identifier le seuil d’instabilité expérimentalement. On a donc un régime instable dès les plus faibles forçages pouvant être atteints ( $\Delta f_{\min} = 0.17$  Hz).

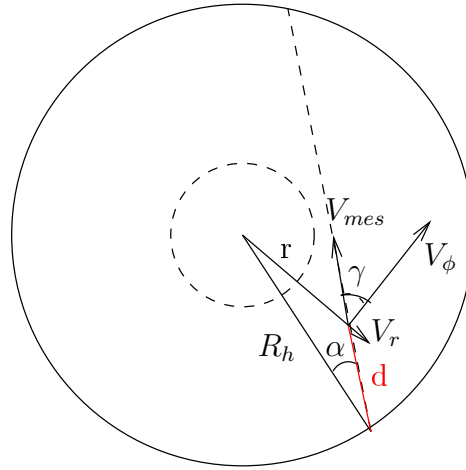




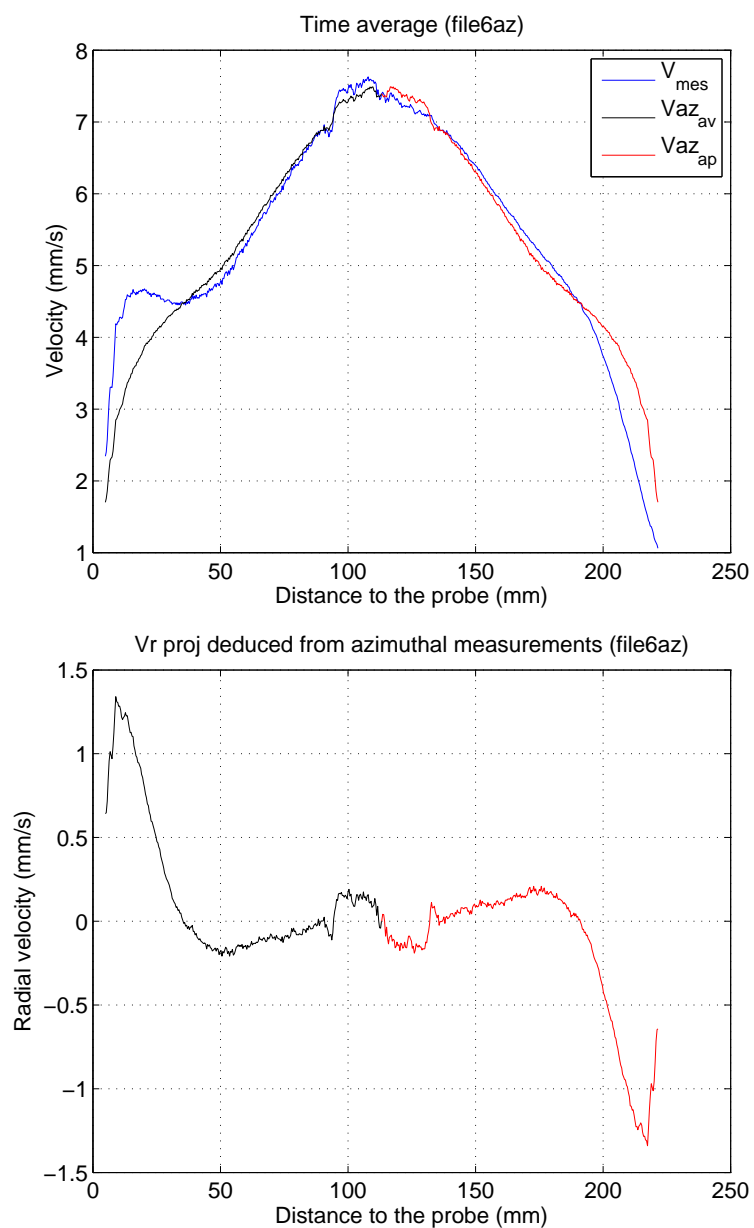
**FIG. A.2** - Evolution de la vitesse « azimuthale » en fonction de la distance le long du rai ultrasonore et du temps, pour une fréquence de rotation de la graine  $\Delta f = 0.21$  Hz ( $Re = 7200$ ) : comparaison des résultats expérimentaux (en haut) et numériques (en bas).



**FIG. A.3** - Profils moyens de vitesses « azimutales » pour différentes valeurs de  $Re$  : comparaison des résultats expérimentaux (en tirets) et numériques (en trait plein).



**FIG. A.4** - Coupe horizontale au niveau du plan (situé 3 cm en dessous du plan équatorial) où s'effectuent les mesures de vitesses « azimutales »  $V_{mes}$  composées des projections des vitesses azimutale  $V_\phi$  et radiale  $V_r$ .  $R_h = 12.1$  cm est le rayon horizontal dans ce plan,  $r$  est le rayon cylindrique où la mesure est effectuée.



**FIG. A.5** - Décomposition de la vitesse mesurée le long du rai ultrasonore « azimuthal » en parties azimuthale (en haut) et radiale (en bas). Les signes opposés de la projection radiale de part et d'autre du point milieu expliquent la non-symétrie du profil moyen de vitesse.

# Annexe B

## Tir « azimutal » Doppler dans DTO

Pour les mesures « azimutales », la géométrie du tir ultrasonore est indiquée sur la figure Fig. B.1. Cette trajectoire de tir a été choisie de manière à avoir un maximum de vitesse azimutale, mais on a forcément une partie radiale aussi. Nous allons développer dans cette annexe la décomposition de la vitesse mesurée sur ces différentes composantes azimutale et radiale.

### B.1 Décomposition de la vitesse mesurée en parties azimutale et radiale

La vitesse mesurée avec la « sonde azimutale » contient une composante azimutale, mais également une composante radiale (voir Fig. B.1). Cette mesure se décompose donc comme suit :

$$V_{\text{mes}} = V_{\phi} \cos \gamma + V_r \sin \gamma, \quad (\text{B.1})$$

où  $V_{\phi}$  est la vitesse azimutale,  $V_r$  la vitesse radiale et  $\gamma$  l'angle entre  $V_{\text{mes}}$  et  $V_{\phi}$ . On peut écrire plus simplement pour le moment :

$$V_{\text{mes}} = P(V_{\phi}) + P(V_r), \quad (\text{B.2})$$

où  $P(V_{\phi})$  est la partie azimutale et  $P(V_r)$  est la partie radiale.

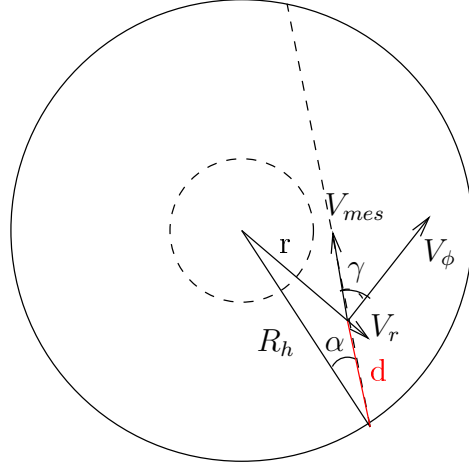
En examinant les symétries du profil de vitesse mesurée par rapport au point milieu (point où le rai Doppler passe le plus près de la graine, et où  $P(V_r) = 0$ ), on déduit :

$$P_{\text{av}}(V_{\phi}) = P_{\text{ap}}(V_{\phi}) = P(V_{\phi}), \quad (\text{B.3})$$

et

$$P_{\text{av}}(V_r) = -P_{\text{ap}}(V_r), \quad (\text{B.4})$$

où les indices av et ap désignent respectivement avant et après le point milieu. Donc en faisant la moyenne de la vitesse mesurée avant le point milieu avec celle mesurée après, on obtient directement la partie azimutale  $P(V_{\phi})$ . En effet, d'après



**FIG. B.1** - Coupe horizontale au niveau du plan (situé 3 cm en dessous du plan équatorial) où s'effectuent les mesures de vitesses « azimutales »  $V_{mes}$  composées des projections des vitesses azimutale  $V_\phi$  et radiale  $V_r$ .  $R_h = 12.1$  cm est le rayon horizontal dans ce plan,  $r$  est le rayon cylindrique où la mesure est effectuée.

les conditions de symétries données ci-dessus, les parties azimutales s'ajoutent alors que les parties radiales sont opposées.

Une fois la partie azimutale identifiée, on peut obtenir facilement la partie radiale  $P(V_r)$ . En effet, il suffit pour cela de retrancher la partie azimutale à la vitesse mesurée.

## B.2 Obtention des vitesses azimutale et radiale

D'après la décomposition donnée en (B.1) et (B.2), et après avoir séparé les parties azimutale  $P(V_\phi)$  et radiale  $P(V_r)$ , on peut maintenant obtenir les vitesses azimutale  $V_\phi$  et radiale  $V_r$  :

$$V_\phi = \frac{P(V_\phi)}{\cos \gamma}, \quad (\text{B.5})$$

et

$$V_r = \frac{P(V_r)}{\sin \gamma}. \quad (\text{B.6})$$

Pour cela, il nous faut exprimer  $\cos \gamma$ ,  $\sin \gamma$  ainsi que le rayon cylindrique  $r$ .

### B.2.1 Expressions de $\cos \gamma$ et $\sin \gamma$

D'après la figure Fig. B.1, on déduit les expressions suivantes :

$$\cos \gamma = \sin \left( \frac{\pi}{2} - \gamma \right) = \frac{R_h \sin \alpha}{r}, \quad (\text{B.7})$$

et

$$\sin \gamma = \frac{|R_h \cos \alpha - d|}{r}. \quad (\text{B.8})$$

### B.2.2 Expression du rayon cylindrique $r$

Pour chacun des points de mesure à chaque profondeur  $d$  le long du rai Doppler, le rayon cylindrique  $r$  (distance entre l'axe du dispositif et le point où mesure) s'exprime de la manière suivante :

$$r = \sqrt{R_h^2 + d^2 - 2R_h d \cos \alpha}, \quad (\text{B.9})$$

où  $R_h = 121$  mm est le rayon dans le plan où se situe la sonde,  $d$  la profondeur le long du rai Doppler et  $\alpha = 24^\circ$  l'angle entre le rayon  $R_h$  et le rai Doppler (voir Fig. B.1).

## B.3 Approximation

Dans la pratique, on peut considérer que la partie radiale est négligeable par rapport à la partie azimutale. En faisant cette approximation, on obtient :

$$V_{\text{mes}} = V_\phi \cos \gamma, \quad (\text{B.10})$$

et en remplaçant  $\cos \gamma$  par son expression, on a pour la vitesse azimutale :

$$V_\phi = V_{\text{mes}} \frac{r}{R_h \sin \alpha}. \quad (\text{B.11})$$

La vitesse angulaire peut alors être déduite :

$$\omega = \frac{V_\phi}{r} = \frac{V_{\text{mes}}}{R_h \sin \alpha}. \quad (\text{B.12})$$

C'est donc cette expression qui est utilisée pour la comparaison avec les profils de vitesse angulaire obtenus dans DTS (voir section 4.2.3).



# Bibliographie

- R. Avalos-Zuniga, F. Plunian, and A. Gailits. Influence of electromagnetic boundary conditions onto the onset of dynamo action in laboratory experiments. *Phys. Rev. E*, 68 :066307, 2003.
- M. Berhanu, R. Monchaux, S. Fauve, N. Mordant, F. Pétrélis, A. Chiffaudel, F. Daviaud, B. Dubrulle, L. Marié, F. Ravelet, M. Bourgoin, Ph. Odier, J.-F. Pinton, and R. Volk. Magnetic field reversals in an experimental turbulent dynamo. *European Phys. Lett.*, 77, 2007.
- D. Brito, H.-C. Nataf, P. Cardin, J. Aubert, and J.-P. Masson. Ultrasonic Doppler velocimetry in liquid gallium. *Experiments in Fluids*, 31 :653–663, 2001.
- B.A. Buffett and U.R. Christensen. Magnetic and viscous coupling at the core-mantle boundary : inferences from observations of the Earth’s nutations. *Geophys. J. Int.*, 171 :145–152, 2007.
- F.-H. Busse. A model of the geodynamo. *Geophys. J. R. Astr. Soc.*, 42 :437–459, 1975.
- F.-H. Busse. Dynamo theory of planetary magnetism and laboratory experiments. In *Springer Proceedings in Physics*, volume 69, 1992.
- P. Cardin, D. Brito, D. Jault, H.-C. Nataf, and J.-P. Masson. Towards a rapidly rotating liquid sodium dynamo experiment. *Magnetohydrodynamics*, 38 :177–189, 2002.
- B. Deleplace. *Approche expérimentale de la turbulence par mesures de viscosité apparente dans les fluides en rotation. Application au couplage visco-magnétique de l’interface noyau-manteau*. PhD thesis, Université Joseph Fourier - Grenoble I, 2005.
- B. Deleplace and P. Cardin. Visco-magnetic torque at the core-mantle boundary. *Geophys. J. Int.*, 167 :557–566, 2006.
- E. Dormy. *Modélisation numérique de la dynamo terrestre*. PhD thesis, Institut de Physique du Globe de Paris, 1997.
- E. Dormy, P. Cardin, and D. Jault. MHD flow in a slightly differentially rotating spherical shell, with conducting inner core, in a dipolar magnetic field. *Earth Planet. Sci. Lett.*, 160 :15–30, 1998.



- E. Dormy, D. Jault, and A.M. Soward. A super-rotating shear layer in magnetohydrodynamic spherical Couette flow. *J. Fluid Mech.*, 452 :263–291, 2002.
- S. Eckert and G. Gerbeth. Velocity measurements in liquid sodium by means of ultrasound Doppler velocimetry. *Experiments in Fluids*, 32(5) :542–546, 2002.
- V.C.A Ferraro. The non-uniform rotation of the Sun and its magnetic field. *Month. Notices Roy. Astr. Soc.*, 97 :458–472, 1937.
- C.B. Forest, R.A. Bayliss, R.D. Kendrick, M.D. Nornberg, R. O’Connell, and E.J. Spence. Hydrodynamic and numerical modeling of a spherical homogeneous dynamo experiment. *Magnetohydrodynamics*, 38(1-2) :107–120, 2002.
- A. Gailitis and J. Freibergs. Theory of a helical MHD dynamo. *Magnetohydrodynamics*, 12 :127–129, 1976.
- A. Gailitis, O. Lielausis, S. Dementev, E. Platacis, A. Cifersons, G. Gerbeth, T. Gundrum, F. Stefani, M. Christen, H. Hänel, and G. Will. Detection of a flow induced magnetic field eigenmode in the Riga dynamo facility. *Phys. Rev. Lett.*, 84(19) :4365–4368, 2000.
- A. Gailitis, O. Lielausis, E. Platacis, S. Dementev, A. Cifersons, G. Gerbeth, T. Gundrum, F. Stefani, M. Christen, and G. Will. Magnetic field saturation in the Riga dynamo experiment. *Phys. Rev. Lett.*, 86(14) :3024–3027, 2001.
- T.A. Herring, P.M. Mathews, and B.A. Buffett. Modeling of nutation-precession : very long baseline interferometry results. *J. Geophys. Res.*, 107 :145–152, 2002.
- R. Hollerbach. Magnetohydrodynamic flows in spherical shells. In *LNP Physics of rotating fluids*, volume 549, pages 295–316. C. Egbers, G. Pfister, 2000.
- R. Hollerbach. Magnetohydrodynamic Ekman and Stewartson layers in a rotating spherical shell. *Proc. R. Soc. Lond.*, A 444 :333–346, 1994.
- R. Hollerbach and S. Skinner. Instabilities of magnetically induced shear layers and jets. *Proc. R. Soc. Lond.*, A 457 :785–802, 2001.
- R. Hollerbach, E. Canet, and A. Fournier. Spherical Couette flow in a dipolar magnetic field. *Eur. J. Mech. Fluids*, 26 :729–737, 2007.
- D.H. Kelley, S.A. Triana, D.S. Zimmerman, A. Tilgner, and D.P. Lathrop. Inertial waves driven by differential rotation in a planetary geometry. *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.*, 101(5-6) :469–487, 2007.
- N. Kleeorin, I. Rogachevskii, A. Ruzmaikin, A.M. Soward, and S. Starchenko. Axisymmetric flow between differentially rotating spheres in a dipole magnetic field. *J. Fluid Mech.*, 344 :213–244, 1997.
- J. Larmor. How could a rotating body such as the Sun become a magnet? *Rep. Brit. Assoc. Sci.*, 1919.

- D.P. Lathrop, W.L. Shew, and D.R. Sisan. Laboratory experiments on the transition to MHD dynamos. *Plasma Phys. Control. Fusion*, 43 :A151–A160, 2001.
- G. Légaut. *Ondes de torsion dans le noyau terrestre*. PhD thesis, Université Joseph Fourier - Grenoble I, 2005.
- L. Marié and F. Daviaud. Experimental measurement of the scale-by-scale momentum transport budget in a turbulent shear flow. *Phys. Fluids*, 16(2) :457–461, 2004.
- R. Monchaux, M. Berhanu, M. Bourgoïn, M. Moulin, Ph. Odier, J.-F. Pinton, R. Volk, S. Fauve, N. Mordant, F. Pétrélis, A. Chiffaudel, F. Daviaud, B. Dubrulle, C. Gasquet, L. Marié, and F. Ravelet. Generation of a magnetic field by dynamo action in a turbulent flow of liquid sodium. *Phys. Rev. Lett.*, 98, 2007.
- R. Moreau. *Magnetohydrodynamics*. Kluwer Academic Publishers, 1990.
- U. Müller and R. Stieglitz. Can the Earth’s magnetic field be simulated in the laboratory ? *Naturwissenschaften*, 87 :381–390, 2000.
- H.-C. Nataf. Dynamo and convection experiments. In *Earth’s core and lower mantle*. C. Jones, A. Soward, K. Zhang, 2003.
- H.-C. Nataf and N. Gagnière. On the peculiar nature of turbulence in planetary dynamos. *C.R. Physique*, 9(7) :702–710, 2008.
- H.-C. Nataf, T. Alboussière, D. Brito, P. Cardin, N. Gagnière, D. Jault, J.-P. Masson, and D. Schmitt. Experimental study of super-rotation in a magnetostrophic spherical Couette flow. *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.*, 100(4-5) :281–298, 2006.
- H.-C. Nataf, T. Alboussière, D. Brito, P. Cardin, N. Gagnière, D. Jault, and D. Schmitt. Rapidly rotating spherical Couette flow in a dipolar magnetic field : an experimental study of the mean axisymmetric flow. *Phys. Earth Planet. Inter.*, 170 :60–72, 2008.
- J. Noir. *Ecoulements d’un fluide dans une cavité en précession : approches numérique et expérimentale*. PhD thesis, Université Joseph Fourier - Grenoble I, 2000.
- M.D. Nornberg, E.J. Spence, R.D. Kendrick, C.M. Jacobson, and C.B. Forest. Measurements of the magnetic field induced by a turbulent flow of liquid metal. *Phys. Plasmas*, 13 :055901, 2006.
- N.L. Peffley, A.B. Cawthorne, and D.P. Lathrop. Toward a self-generating magnetic dynamo : The role of turbulence. *Phys. Rev. E*, 61(5) :5287–5294, 2000.
- Y.B. Ponomarenko. Theory of the hydromagnetic generator. *J. Appl. Mech. Tech. Phys.*, 14(6) :775–778, 1973.
- I. Proudman. The almost-rigid rotation of viscous fluid between concentric spheres. *J. Fluid Mech.*, 1 :505–516, 1956.

- F. Ravelet, A. Chiffaudel, F. Daviaud, and J. Léorat. Towards an experimental Von Kármán dynamo : Numerical studies for an optimized design. *Phys. Fluids*, 17 : 117104, 2005.
- M. Rieutord. *Une introduction à la dynamique des fluides*. Masson, 1997.
- G.O. Roberts. Dynamo action of fluid motions with two dimensional periodicity. *Phil. Trans. R. Soc. Lond.*, A 271 :411–454, 1972.
- N. Schaeffer. *Instabilités, turbulence et dynamo dans une couche de fluide cisailée en rotation rapide*. PhD thesis, Université Joseph Fourier - Grenoble I, 2004.
- D. Schmitt, T. Alboussière, D. Brito, P. Cardin, N. Gagnière, D. Jault, and H.-C. Nataf. Rotating spherical Couette flow in a dipolar magnetic field : experimental study of magneto-inertial waves. *J. Fluid Mech.*, 604 :175–197, 2008.
- P.R. Spalart. Theoretical and numerical study of a three-dimensional turbulent boundary layer. *J. Fluid Mech.*, 205 :319–340, 1989.
- E.J. Spence, M.D. Nornberg, C.M. Jacobson, R.D. Kendrick, and C.B. Forest. Observation of a turbulence-induced large scale magnetic field. *Phys. Rev. Lett.*, 96 : 055002, 2006.
- F. Stefani, M. Xu, G. Gerbeth, F. Ravelet, A. Chiffaudel, F. Daviaud, and J. Léorat. Ambivalent effects of added layers on steady kinematic dynamos in cylindrical geometry : application to the VKS experiment. *Eur. J. Mech. Fluids*, 25 :894–908, 2006.
- K. Stewartson. On almost rigid rotation. Part 2. *J. Fluid Mech.*, 26 :131–144, 1966.
- R. Stieglitz and U. Müller. Experimental demonstration of a homogeneous two-scale dynamo. *Phys. Fluids*, 13(3), 2001.
- J.A. Tarduno, R.D. Cottrell, M.K. Watkeys, and D. Bauch. Geomagnetic field strength 3.2 billion years ago recorded by single silicate crystals. *Nature*, 446 : 657–660, 2007.
- J.B. Taylor. The magneto-hydrodynamics of a rotating fluid and the Earth’s dynamo problem. *Proc. R. Soc. Lond.*, A 274 :274–283, 1963.
- D.J. Tritton. *Physical Fluid Dynamics*. Oxford Science Publications, 1988.